

**Progetto e verifica di elementi  
strutturali in calcestruzzo armato:  
il metodo semiprobabilistico agli  
stati limite**

**L’AFFIDABILITÀ DI UN’OPERA** deve essere valutata nei riguardi di:

- 1) **SICUREZZA STRUTTURALE**: nei riguardi di possibili dissesti - o disservizi;
- 2) **DURABILITÀ**: possibili fenomeni di degrado nel tempo degli elementi strutturali e non strutturali;
- 3) **FUNZIONALITÀ**: l’opera deve rispondere agli scopi per i quali è stata progettata.

È possibile verificare o dimensionare strutture secondo i due diversi metodi, tensioni ammissibili e stati limite.

Nell’analizzare le prescrizioni della normativa italiana occorre tenere presente che essa ha subito negli anni una progressiva evoluzione, dal metodo delle tensioni ammissibili a quello degli stati limite, non priva di resistenze e compromessi.

Con le tensioni ammissibili si richiede che le azioni di calcolo non comportino in alcun punto della struttura il superamento della tensione corrispondente al limite ammissibile del materiale.

## IL METODO SEMIPROBABILISTICO AGLI STATI LIMITE

**Il metodo agli stati limite** *permette di progettare una struttura considerando tutte le condizioni del suo comportamento (stati limite di esercizio e ultimi), considerando, per quanto possibile, l'aspetto aleatorio nella misura delle grandezze utilizzando criteri probabilistici, ossia basati sul calcolo delle probabilità che un determinato evento possa verificarsi.*

La struttura viene pertanto progettata in modo da: (1) restare idonea, con accettabile probabilità e con un adeguato grado di sicurezza, all'utilizzo previsto, ossia per il suo normale uso, senza subire danni e (2) sopportare eventi eccezionali, più gravosi di quelli normali, con adeguata capacità di resistenza senza giungere al crollo.

*Una struttura, o una sua parte, raggiunge uno “stato limite” quando non è più in grado di svolgere la sua funzione o non soddisfa più le condizioni per le quali è stata progettata, per cui viene considerata fuori servizio.*

Il termine semi-probabilistico sta ad indicare che le aleatorietà comunemente presenti nella definizione del modello strutturale e delle azioni vengono parzialmente tenute in conto attraverso l'utilizzo di valori di resistenza e di azioni detti "caratteristici", ossia corrispondenti a determinate probabilità di occorrenza, fissate sulla base della probabilità di superamento del corrispondente stato limite che si vuole ottenere.

Gli stati limite possono essere:

- stati limite ultimi: corrispondono al collasso della struttura o altre forme di cedimento strutturale che mettono in pericolo l'incolumità delle persone; possono derivare da:
  - a) perdita di equilibrio della struttura, o di una sua parte, considerata come un corpo rigido;
  - b) **rottura localizzata della sezione dovuta ad azioni statiche** o per fatica;
  - c) instabilità per eccessiva deformazione;
  - d) deformazione elastica o plastica non ammissibile;
  - e) degrado o corrosione;
  - f) trasformazione della struttura, o di una sua parte, in un meccanismo labile.

- stati limite di esercizio: sono quelli che precludono il normale utilizzo della struttura, oltre i quali la struttura stessa non possiede più il grado di funzionalità previsto; sono dovuti a:
  - a) deformazioni eccessive;
  - b) fessurazioni premature o eccessive;
  - c) degrado o corrosione dei materiali;
  - d) spostamenti eccessivi che però non determinano una perdita di equilibrio;
  - e) vibrazioni eccessive.

Oltre questi stati limite, ve ne sono altri legati a eventi eccezionali (uragani, esplosioni, incendi, urti ecc.), nei confronti dei quali non vengono generalmente effettuate verifiche salvo casi specifici; ciò non toglie che la struttura deve essere comunque progettata e realizzata in modo da evitare danni con gravità sproporzionata all'evento.

Le principali incertezze considerate indirettamente tramite l'utilizzo di opportuni coefficienti di sicurezza nel metodo semi-probabilistico agli stati limite sono relative:

- ai valori di resistenza dei materiali considerati nel calcolo, ossia differenza fra i valori effettivi e quelli assunti dal progettista;
- alla geometria della struttura (per esempio differenze fra la sezione prevista di un elemento e quella realizzata);
- ai carichi permanenti e sovraccarichi che difficilmente vengono mantenuti per tutta la vita della struttura;
- alla differenza fra le azioni interne effettive e quelle calcolate (schema di calcolo non perfettamente aderente alla realtà fisica).

**Le verifiche devono essere effettuate sia nei confronti degli stati limite ultimi, sia di quelli di esercizio.**

Per il calcolo le norme di riferimento attuali sono:

- **D. M. Min. II. TT. del 14 gennaio 2008 – Norme tecniche per le costruzioni;**
- **Eurocodici.**

# **Progetto e verifica di elementi strutturali allo stato limite ultimo**

# LIVELLI DI ANALISI

Sono possibili i seguenti livelli di analisi per le strutture in calcestruzzo armato:

## **I stadio:**

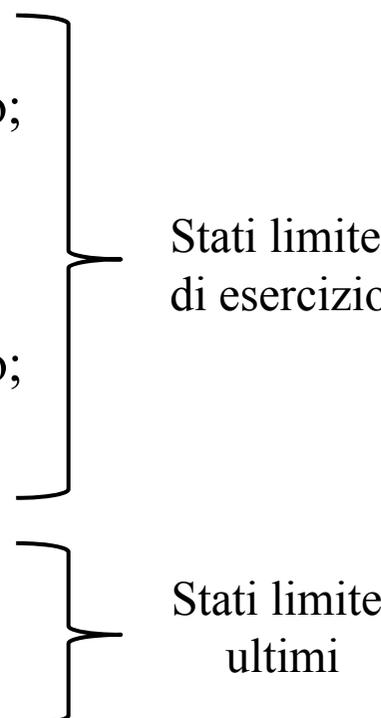
- comportamento elastico lineare di calcestruzzo e acciaio;
- calcestruzzo reagente a trazione.

## **II stadio:**

- comportamento elastico lineare di calcestruzzo e acciaio;
- calcestruzzo non reagente a trazione.

## **III stadio:**

- comportamento non lineare di calcestruzzo e acciaio;
- calcestruzzo non reagente a trazione.



Stati limite  
di esercizio

Stati limite  
ultimi

## 2.6 AZIONI NELLE VERIFICHE AGLI STATI LIMITE

Le verifiche agli stati limite devono essere eseguite per tutte le più gravose condizioni di carico che possono agire sulla struttura, valutando gli effetti delle combinazioni definite nel § 2.5.3.

### 2.6.1 STATI LIMITE ULTIMI

Nelle verifiche agli stati limite ultimi si distinguono:

- lo stato limite di equilibrio come corpo rigido: **EQU**
- lo stato limite di resistenza della struttura compresi gli elementi di fondazione: **STR**
- lo stato limite di resistenza del terreno: **GEO**

La Tabella 2.6.I, e le successive Tabelle 5.1.V e 5.2.V, forniscono i valori dei coefficienti parziali delle azioni da assumere per la determinazione degli effetti delle azioni nelle verifiche agli stati limite ultimi, salvo quanto diversamente previsto nei capitoli successivi delle presenti norme.

Per le verifiche nei confronti dello stato limite ultimo di equilibrio come corpo rigido (EQU) si utilizzano i coefficienti parziali  $\gamma_F$  relativi alle azioni riportati nella colonna EQU delle Tabelle sopra citate.

Nelle verifiche nei confronti degli stati limite ultimi strutturali (STR) e geotecnici (GEO) si possono adottare, in alternativa, due diversi approcci progettuali.

Nell'*Approccio 1* si impiegano due diverse combinazioni di gruppi di coefficienti parziali, rispettivamente definiti per le azioni (A), per la resistenza dei materiali (M) e, eventualmente, per la resistenza globale del sistema (R). Nella *Combinazione 1 dell'Approccio 1*, per le azioni si impiegano i coefficienti  $\gamma_F$  riportati nella colonna A1 delle Tabelle sopra citate. Nella *Combinazione 2 dell'Approccio 1*, si impiegano invece i coefficienti  $\gamma_F$  riportati nella colonna A2.

Nell'*Approccio 2* si impiega un'unica combinazione dei gruppi di coefficienti parziali definiti per le Azioni (A), per la resistenza dei materiali (M) e, eventualmente, per la resistenza globale (R). In tale approccio, per le azioni si impiegano i coefficienti  $\gamma_F$  riportati nella colonna A1.

I coefficienti parziali  $\gamma_M$  per i parametri geotecnici e i coefficienti  $\gamma_R$  che operano direttamente sulla resistenza globale di opere e sistemi geotecnici sono definiti nel successivo Capitolo 6.

**Tabella 2.6.I – Coefficienti parziali per le azioni nelle verifiche agli SLU**

		Coefficiente $\gamma_F$	EQU	A1 STR	A2 GEO
Carichi permanenti	favorevoli	$\gamma_{G1}$	0,9	1,0	1,0
	sfavorevoli		1,1	1,3	1,0
Carichi permanenti non strutturali <sup>(1)</sup>	favorevoli	$\gamma_{G2}$	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
Carichi variabili	favorevoli	$\gamma_{Qi}$	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
<sup>(1)</sup> Nel caso in cui i carichi permanenti non strutturali (ad es. carichi permanenti portati) siano compiutamente definiti si potranno adottare per essi gli stessi coefficienti validi per le azioni permanenti.					

Nella Tab. 2.6.I il significato dei simboli è il seguente:

- $\gamma_{G1}$       coefficiente parziale del peso proprio della struttura, nonché del peso proprio del terreno e dell'acqua, quando pertinenti;
- $\gamma_{G2}$       coefficiente parziale dei pesi propri degli elementi non strutturali;
- $\gamma_{Qi}$       coefficiente parziale delle azioni variabili.

Nel caso in cui l'azione sia costituita dalla spinta del terreno, per la scelta dei coefficienti parziali di sicurezza valgono le indicazioni riportate nel Cap. 6.

Il coefficiente parziale della precompressione si assume pari a  $\gamma_p = 1,0$ .

## **FASI DELL'ANALISI:**

- 1) Definizione dei carichi  $\mathbf{F}$  (singole e loro combinazioni);
- 2) Calcolo effetti dei carichi  $\mathbf{S}_d$  (Azioni interne) – risposta della struttura;
- 3) Calcolo delle resistenze  $\mathbf{R}_d$ ;
- 4) Verifica.

## METODO SEMI-PROBABILISTICO O METODO DEI COEFFICIENTI PARZIALI - FASI

(1) Si definiscono le *combinazioni di carico di progetto* sulla base dei valori caratteristici (reali) delle azioni **F** (in dettaglio nel seguito):

– Combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli stati limite ultimi (SLU):

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.1)$$

– Combinazione caratteristica (rara), generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili, da utilizzarsi nelle verifiche alle tensioni ammissibili di cui al § 2.7:

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.2)$$

– Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.3)$$

– Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.4)$$

in cui i coefficienti parziali variano a seconda del tipo di stato limite s.l.u. o s.l.s. e del tipo di situazione.

(2) Si calcolano le sollecitazioni di progetto  $S_d$  (azioni interne).

(3) Si calcolano i valori di progetto delle resistenze dei materiali sulla base dei valori caratteristici:

In accordo con il Cap. 11, le resistenze di calcolo  $f_d$  indicano le resistenze dei materiali, calcestruzzo ed acciaio, ottenute mediante l'espressione:

$$f_d = f_k / \gamma_M \quad (4.1.3)$$

dove:

$f_k$  sono le resistenze caratteristiche del materiale;

$\gamma_M$  sono i coefficienti parziali per le resistenze, comprensivi delle incertezze del modello e della geometria, che possono variare in funzione del materiale, della situazione di progetto e della particolare verifica in esame.

Dove il coefficiente parziale  $\gamma_M$  dipende dal tipo di materiale, ad esempio:

- Calcestruzzo:  $\gamma_c = 1.5$  (di norma),
- Acciaio:  $\gamma_s = 1.15$ ,

(4) Si calcolano le resistenze di progetto (es. momento ultimo resistente )  $R_d$ :

(5) Si svolge la verifica:

$R_d > S_d$  , probabilità di raggiungere una situazione limite molto piccola;

$R_d = S_d$  , Stato limite;

$R_d < S_d$  , probabilità di raggiungere una situazione limite elevata.

Probabilità di crisi (convenzionale) :  $10^{-5} \div 10^{-6}$  (s.l. ultimi),  $10^{-2} \div 10^{-3}$  (s.l. esercizio)

# Esempio: flessione semplice

*Assegnati i Carichi caratteristici*

$$G_k, Q_{k1}, Q_{ki}$$



*Combinazioni Carichi progetto  $F_d$*



*Calcolo della struttura*

*in particolare*

*delle azioni interne*

*(Momento flettente  $M_{sd}$ )*



*Caratteristiche geometriche della sezione e*

*Proprietà caratteristiche dei*

$$\text{Materiali } f_{ck} \quad f_{yk} \quad \varepsilon_{yk}$$



*Proprietà dei Materiali di*

$$\text{progetto } f_{cd} \quad f_{yd} \quad \varepsilon_{yd}$$



*Calcolo Resistenze,*

*in particolare del Mom. Resistente di*

*progetto  $M_{rd}$*



**VERIFICA DELLA SEZIONE**

$$M_{sd} \leq M_{rd}$$

# STATO LIMITE ULTIMO di RESISTENZA (STR)

IPOSTESI ALLA BASE DELLA TEORIA DELLE SEZIONI IN C.A. al III STADIO:

- 1) Sezioni rette restano piane dopo la deformazione;
- 2) Perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo;
- 3) Trascurabile la resistenza a trazione del calcestruzzo;

} Analoghe al  
II stadio

- 4) **Comportamento non lineare** di calcestruzzo ed acciaio definito da assegnati legami costitutivi;
- 5) **Stati limite definiti da prefissati livelli di deformazione** ultime per calcestruzzo ed acciaio.

} Caratteristiche  
degli s.l.u. (III  
stadio)

Come la normativa recepisce le suddette ipotesi:

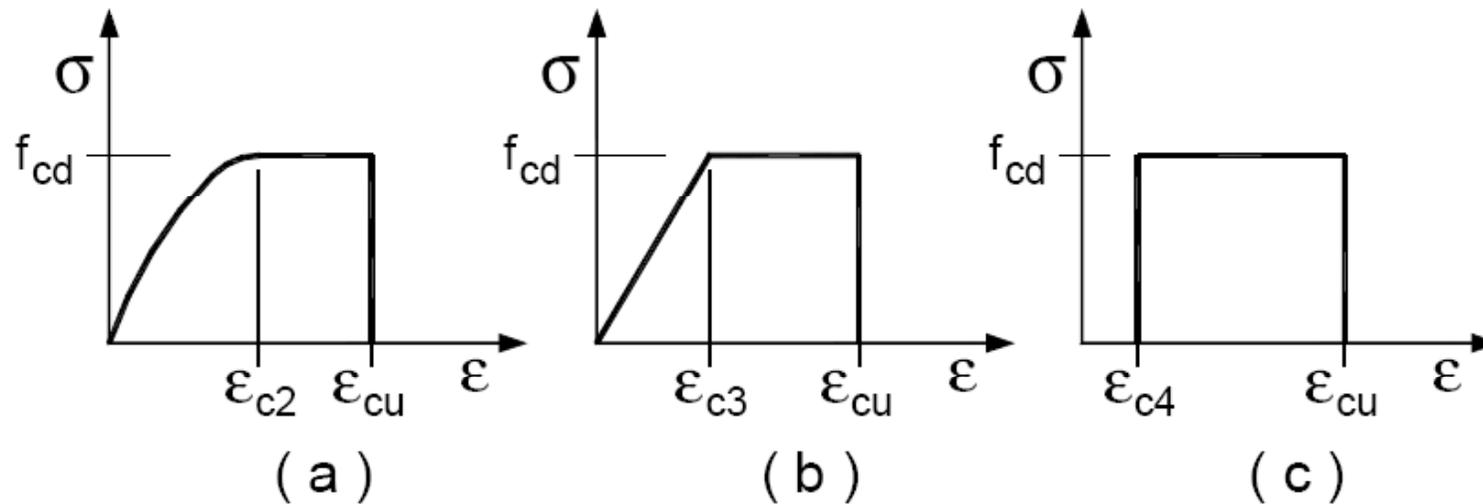
*4.1.2.1.2.1      Ipotesi di base*

Senza escludere specifici approfondimenti, necessari in particolare nel caso di elementi costituiti da calcestruzzo di classe di resistenza superiore a C45/55, per la valutazione della resistenza ultima delle sezioni di elementi monodimensionali nei confronti di sforzo normale e flessione, si adotteranno le seguenti ipotesi:

- conservazione delle sezioni piane;
- perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo;
- resistenza a trazione del calcestruzzo nulla;
- rottura del calcestruzzo determinata dal raggiungimento della sua capacità deformativa ultima a compressione;
- rottura dell'armatura tesa determinata dal raggiungimento della sua capacità deformativa ultima;
- deformazione iniziale dell'armatura di precompressione considerata nelle relazioni di congruenza della sezione.

Le tensioni nel calcestruzzo e nell'armatura si dedurranno, a partire dalle deformazioni, utilizzando i rispettivi diagrammi tensione-deformazione;

## DIAGRAMMI DI PROGETTO (DESIGN)



In Fig. 4.1.1 sono rappresentati i modelli  $\sigma$ - $\epsilon$  per il calcestruzzo: (a) parabola-rettangolo; (b) triangolo-rettangolo; (c) rettangolo (stress block). In particolare, per le classi di resistenza pari o inferiore a C50/60 si può porre:

$$\begin{aligned} \epsilon_{c2} &= 0,20\% & \epsilon_{cu} &= 0,35\% \\ \epsilon_{c3} &= 0,175\% & \epsilon_{c4} &= 0,07\% \end{aligned}$$

Per le classi di resistenza superiore a C50/60 si può porre:

$$\begin{aligned} \epsilon_{c2} &= 0,20\% + 0,0085\%(f_{ck} - 50)^{0,53} & \epsilon_{cu} &= 0,26\% + 3,5\%[(90 - f_{ck})/100]^4 \\ \epsilon_{c3} &= 0,175\% + 0,055\%[(f_{ck} - 50)/40] & \epsilon_{c4} &= 0,2 \cdot \epsilon_{cu} \end{aligned}$$

purché si adottino opportune limitazioni quando si usa il modello (c).

Per sezioni o parti di sezioni soggette a distribuzioni di tensione di compressione approssimativamente uniformi, si assume per la deformazione ultima a rottura il valore  $\epsilon_{c2}$  anziché  $\epsilon_{cu}$ .

CONVERSIONE RESISTENZA SU PROVINI CUBICI IN RESISTENZA SU PROVINI CILINDRICI:

$$f_{ck} = 0.83 R_{ck},$$

CARICHI DI LUNGA DURATA: Un provino soggetto nel tempo ad uno carico assiale superiore all'85% del carico di rottura PERVIENE A ROTTURA in un tempo finito.

RESISTENZA DI PROGETTO PER IL CALCESTRUZZO:

$$f_{cd} = 0.85 f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 0.83 R_{ck} / \gamma_c = 0.47 R_{ck}, \text{ (per } \gamma_c = 1.5).$$

ESEMPIO: adottando un  $R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$  si ha  $f_{cd} = 14.1 \text{ N/mm}^2$ .

Per il diagramma tensione-deformazione dell'acciaio è possibile adottare opportuni modelli rappresentativi del reale comportamento del materiale, modelli definiti in base al valore di calcolo  $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$  ( $\varepsilon_{uk} = (A_{gt})_k$ ) della deformazione uniforme ultima, al valore di calcolo della tensione di snervamento  $f_{yd}$  ed al rapporto di sovrarresistenza  $k = (f_t / f_y)_k$  (Tab. 11.3.Ia-b).

In Fig. 4.1.2 sono rappresentati i modelli  $\sigma - \varepsilon$  per l'acciaio: (a) bilineare finito con incrudimento; (b) elastico-perfettamente plastico indefinito.

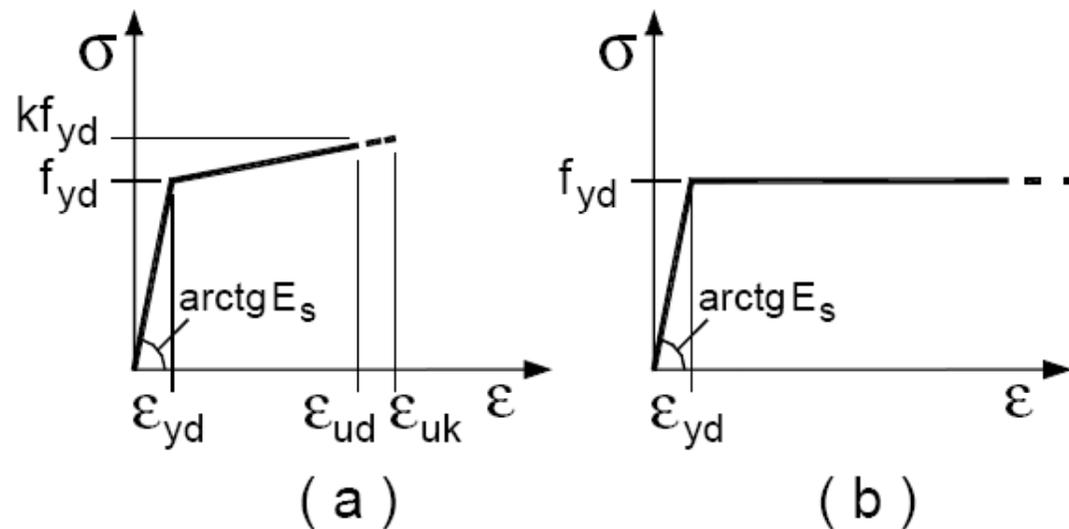


Figura 4.1.2– Modelli  $\sigma - \varepsilon$  per l'acciaio

**Compressione semplice:  
progetto e verifica di pilastri  
allo stato limite ultimo**

## STATO LIMITE ULTIMO di RESISTENZA (STR)

Il **collasso di una sezione** convenzionalmente è determinato dal raggiungimento della **deformazione ultima** nel calcestruzzo e/o nell'acciaio.

Cioè, la **deformazione** di:

**Calcestruzzo compresso:**

$\varepsilon_{cu} = 0.0020$  (pura compressione);

$\varepsilon_{cu} = 0.0035$  (flessione).

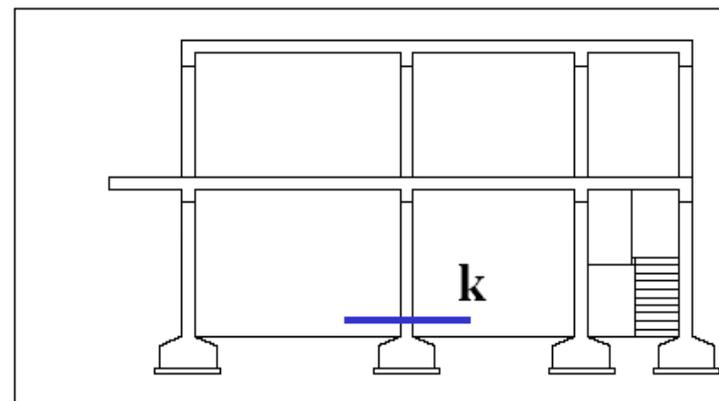
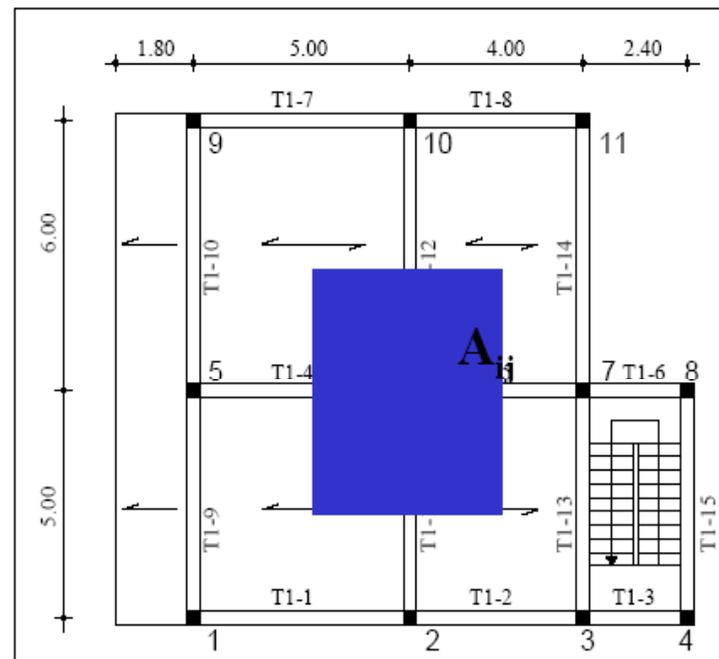
**Acciaio teso:**

$\varepsilon_{su} = 0.0675$

I pilastri devono essere dimensionati in funzione di tutti i carichi verticali che gravano su di essi. Un metodo molto semplice è quello di individuare per ogni pilastro “i”, ad ogni piano “j”, la sua area d’influenza  $A_{ij}$  e di calcolarne il peso tenendo conto sia del contributo dei carichi permanenti che di quelli variabili. La sezione del pilastro, quindi, al piano “k”, sarà dimensionata in base al carico complessivo  $N_{ik}$  calcolato come:

$$N_{ik} = \sum_{j=1:n(k)} A_{ij} W_j + P_{ik}$$

dove  $W_j$  è il carico per unità di superficie di solaio,  $P_{ik}$  è il peso del pilastro e  $n$  è il numero complessivo dei piani sopra la sezione del pilastro che si dimensiona.



Lo stato limite ultimo di una sezione in calcestruzzo armato è raggiunto quando almeno uno dei due materiali (calcestruzzo e acciaio) ha raggiunto la deformazione limite.

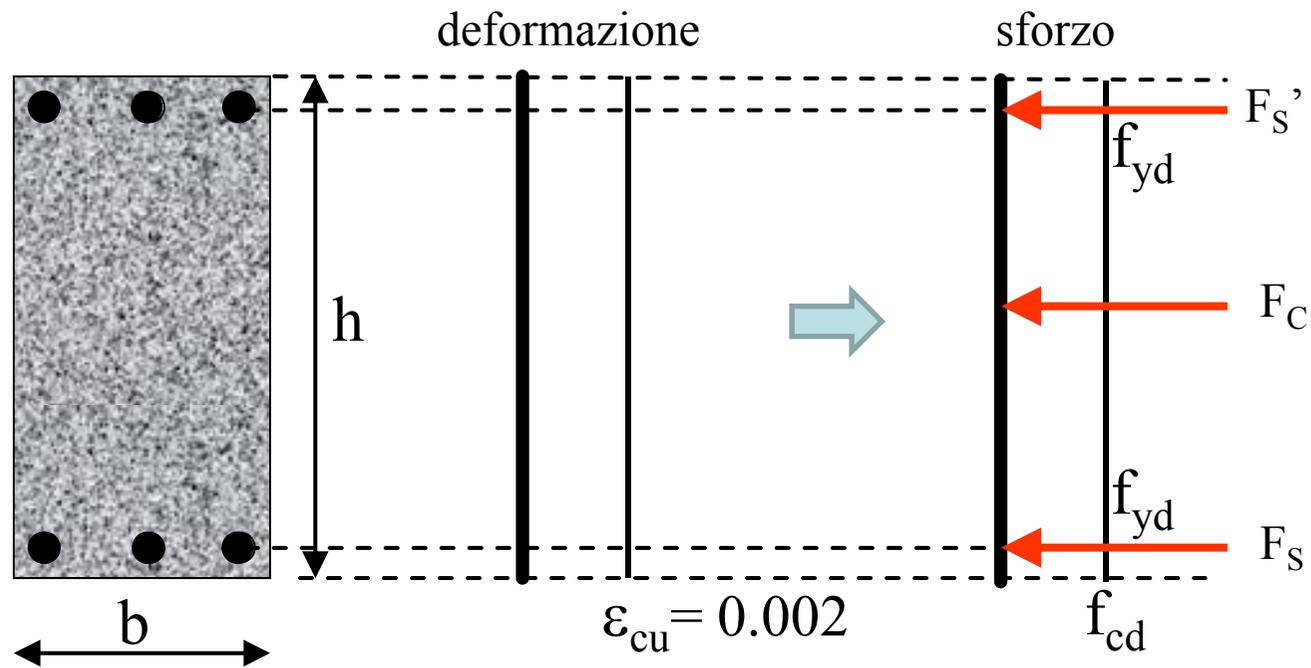
Nel caso di azione assiale centrata la deformazione è uguale su tutta la sezione per cui lo stato limite ultimo coincide in questo caso col raggiungimento della deformazione limite nel calcestruzzo.

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.0020$$

Per congruenza la deformazione nell'acciaio vale anch'essa:

$$\varepsilon_s = 0.0020 > \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391}{210000} = 0.0019 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

Applicando ora i legami costitutivi dei due materiali otteniamo il seguente andamento dello stato di sforzo sulla sezione allo stato limite ultimo:



Ne consegue che l'azione assiale allo stato limite ultimo, ovvero la massima azione assiale che la sezione può sopportare, vale:

$$N_{Rd} = \overbrace{bh f_{cd}}^{F_C} + \overbrace{(A_s + A_s') f_{yd}}^{F_S + F'_S}$$

Per tener conto del fatto che in un pilastro è comunque sempre presente un po' momento flettente, si può penalizzare il contributo del calcestruzzo del 20%. Inoltre mentre nelle travi si realizza l'ipotesi di compressione parziale della sezione, nei pilastri si verifica sempre una compressione totale della superficie, che in caso di rottura comporta un collasso di tipo fragile e quindi estremamente pericoloso. Per cui è opportuno considerare la seguente formula per il calcolo del valore dell'azione assiale resistente di una sezione in calcestruzzo armato:

$$N_{Rd} = 0.8 \cdot b h f_{cd} + A_{sTOT} f_{yd}$$

**Diremo quindi che la sezione è in grado di resistere al carico applicato  $N_{Ed}$  se:**

$$N_{Rd} > N_{Ed}$$

**diversamente la sezione non è verificata.**

L'attuale normativa (Decreto Ministeriale 2008) impone i seguenti limiti sul quantitativo di armatura da usare:

#### 4.1.6.1.2 *Armatura dei pilastri*

Nel caso di elementi sottoposti a prevalente sforzo normale, le barre parallele all'asse devono avere diametro maggiore od uguale a 12 mm e non potranno avere interassi maggiori di 300 mm. Inoltre la loro area non deve essere inferiore a

$$A_{s,\min} = (0,10 N_{Ed} / f_{yd}) \text{ e comunque non minore di } 0,003 A_c \quad (4.1.44)$$

dove:

$f_{yd}$  è la resistenza di calcolo dell'armatura (riferita allo snervamento)

$N_{Ed}$  è la forza di compressione assiale di calcolo

$A_c$  è l'area di calcestruzzo.

Al di fuori delle zone di sovrapposizione, l'area di armatura non deve superare  $A_{s,\max} = 0,04 A_c$ , essendo  $A_c$  l'area della sezione trasversale di calcestruzzo.

Il diametro delle barre longitudinali deve essere maggiore od uguale a 12 mm. Nelle sezioni a spigoli vivi, occorrerà disporre una barra longitudinale in corrispondenza di ciascuno spigolo. Per i tratti a perimetro continuo, le barre longitudinali non potranno avere interassi minori di 30 cm.

Per avere una formula per il pre-dimensionamento del pilastro si parte dalla formula della verifica, si tiene conto dei limiti imposti da normativa sul quantitativo minimo di acciaio e si assume che il pilastro abbia geometria quadrata ( $h=b$ ):

$$0.8 \cdot bhf_{cd} + A_{sTOT} f_{yd} = N_{Ed}$$

$$0.8 \cdot b^2 f_{cd} + \frac{0.1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} f_{yd} = N_{Ed}$$

$$0.8 \cdot b^2 f_{cd} = 0.9 \cdot N_{Ed}$$

Da cui:

$$b = \sqrt{\frac{0.9 \cdot N_{Ed}}{0.8 \cdot f_{cd}}}$$

$$A_{s,min} = \frac{0.1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} \begin{cases} \geq 0.003 A_c \\ \leq 0.04 A_c \end{cases}$$

Esempio: progetto e verifica di un pilastro caricato allo SLU da una azione assiale centrata pari a  $N_{Ed} = 1120 \text{ kN}$ .

Adottando un calcestruzzo avente  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  e un acciaio con  $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$ , segue che le resistenze di progetto dei due materiali valgono:

$$f_{cd} = 0.85 \frac{f_{ck}}{1.5} = 14.2 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1.15} = 391 \text{ MPa}$$

Segue che:

$$b = \sqrt{\frac{0.9 \cdot N_{Ed}}{0.8 \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{0.9 \cdot 1120000}{0.8 \cdot 14.2}} = 298 \text{ mm} \approx 30 \text{ cm}$$

$$A_{s,min} = \frac{0.1 N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{0.1 \cdot 1120000}{391} = 286 \text{ mm}^2 \geq 0.003 A_c \left( 0.003 \cdot 300^2 = 270 \text{ mm}^2 \right)$$

$$\rightarrow A_{sTOT} = 4\phi 12 = 452 \text{ mm}^2 \begin{cases} \geq A_{s,min} = 286 \text{ mm}^2 \\ \leq 0.04 \cdot A_c \left( 0.04 \cdot 300^2 = 3600 \text{ mm}^2 \right) \end{cases}$$

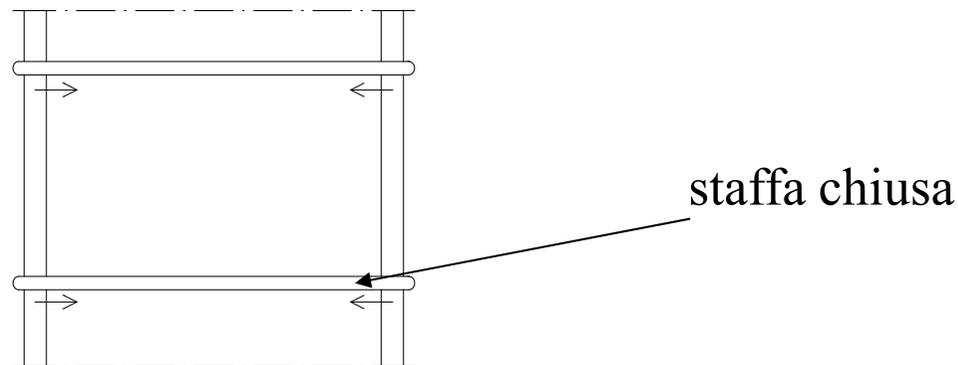
Una volta che il pilastro è stato progettato si procede alla verifica finale:

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= 0.8 \cdot bhf_{cd} + A_{sTOT} f_{yd} \\ &= 0.8 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 14.2 + 452 \cdot 391 \\ &= 1199KN > 1120KN \quad Ok! \end{aligned}$$

Ora si considerino le staffe: deve essere sempre prevista una staffatura posta ad interasse non maggiore di 12 volte il diametro minimo delle barre per l'armatura longitudinale, con un massimo di 25 cm. Le staffe devono essere chiuse e contrastare efficacemente, lavorando a trazione, gli spostamenti delle barre longitudinali verso l'esterno. Il diametro delle staffe non deve essere minore di 6 mm e di  $1/4$  del diametro massimo delle barre longitudinali.

Si ricordi che in prossimità degli **estremi del pilastro** è buona norma infittire le staffe, riducendo la distanza a metà passo.

Le armature trasversali devono essere poste ad interasse non maggiore di 12 volte il diametro minimo delle barre impiegate per l'armatura longitudinale, con un massimo di 250 mm. Il diametro delle staffe non deve essere minore di 6 mm e di  $1/4$  del diametro massimo delle barre longitudinali.



Le staffe svolgono importanti funzioni nella loro applicazione strutturale. Esse infatti servono:

- per posizionare i ferri verticali;
- per proteggere il pilastro da urti accidentali;
- per contrastare il taglio;
- per conferire stabilità ai ferri verticali.
- per confinare il calcestruzzo ed aumentarne quindi la duttilità

Un esempio particolarmente significativo è quello di un ferro verticale sollecitato a compressione. Tale barra tenderebbe a sbandare, a instabilizzarsi. Le staffe sono utili proprio per trattenere i ferri verticali e per annullare quindi gli effetti di instabilità provocati da un carico di punta sui ferri. Appare quindi evidente che non ha senso utilizzare staffe aperte, perché non riuscirebbero a svolgere la loro funzione.

## Pilastri snelli

Quando un pilastro è sollecitato da una forza di compressione se è snello, ossia se il rapporto tra la dimensione longitudinale e quella trasversale è abbastanza elevato, insorgono altri effetti che ne modificano il comportamento.

In generale la variazione di configurazione causata dalla deformazione modifica le sollecitazioni che pertanto vengono a dipendere dalle deformazioni in modo tale che le equazioni di equilibrio diventino non lineari. Tuttavia, poiché normalmente gli spostamenti prodotti dai carichi sono piccoli, si ritiene che l'influenza di questi sulle sollecitazioni sia trascurabile e si assume che lo stato di sollecitazione coincida con quello relativo alla configurazione iniziale non deformata. Tale approssimazione, spesso verificata, è detta teoria del primo ordine e le sollecitazioni relative alla configurazione indeformata sono dette sollecitazioni del primo ordine. In alcuni casi però questa semplificazione non è accettabile in quanto gli effetti delle deformazioni sulle sollecitazioni non sono trascurabili; le variazioni delle sollecitazioni prodotte da questi fenomeni sono dette effetti del secondo ordine.

Un esempio è l'asta di Eulero; un pilastro sollecitato da una forza di compressione  $N$  con eccentricità  $e$ . La deformazione prodotta dalla flessione aumenta l'eccentricità del carico e pertanto accresce l'entità della flessione: quando il carico approssima il valore critico euleriano, l'equilibrio diviene impossibile, per quanto piccola sia l'eccentricità iniziale  $e$ .

Al carico critico corrisponde una tensione critica:

$$\sigma_{cr} = N_{cr}/A = \pi^2 E / \lambda^2 ,$$

dove  $\lambda = l_0/i$  è il rapporto tra la lunghezza libera di inflessione, che per la mensola è il doppio della lunghezza  $l$ , ed il raggio di inerzia  $i = \sqrt{I/A}$ ;  $\lambda$  viene detta la snellezza della trave. Per elementi con piccola snellezza  $\sigma_{cr}$  risulta molto più grande della resistenza del materiale; per questi elementi (tozzi) il collasso avviene prima che gli effetti del secondo ordine possano divenire significativi e pertanto la teoria del primo ordine risulta soddisfacente.

Al contrario, quando  $\lambda$  è molto elevato, la tensione critica è molto inferiore alla resistenza; per questi elementi il collasso sopraggiunge a causa dei fenomeni del secondo ordine mentre in loro assenza il materiale sarebbe ancora in campo elastico.

I fenomeni di instabilità devono essere considerati per snellezze  $\lambda = (l_0/i)$  maggiori di 40, essendo  $l_0$  la lunghezza libera di inflessione ed  $i$  il corrispondente raggio d'inerzia.

### Carico centrato

Le verifiche dei pilastri compressi devono essere condotte secondo i criteri della Scienza e della Tecnica delle Costruzioni mettendo in conto le eccentricità non volute ed i fenomeni viscosi.

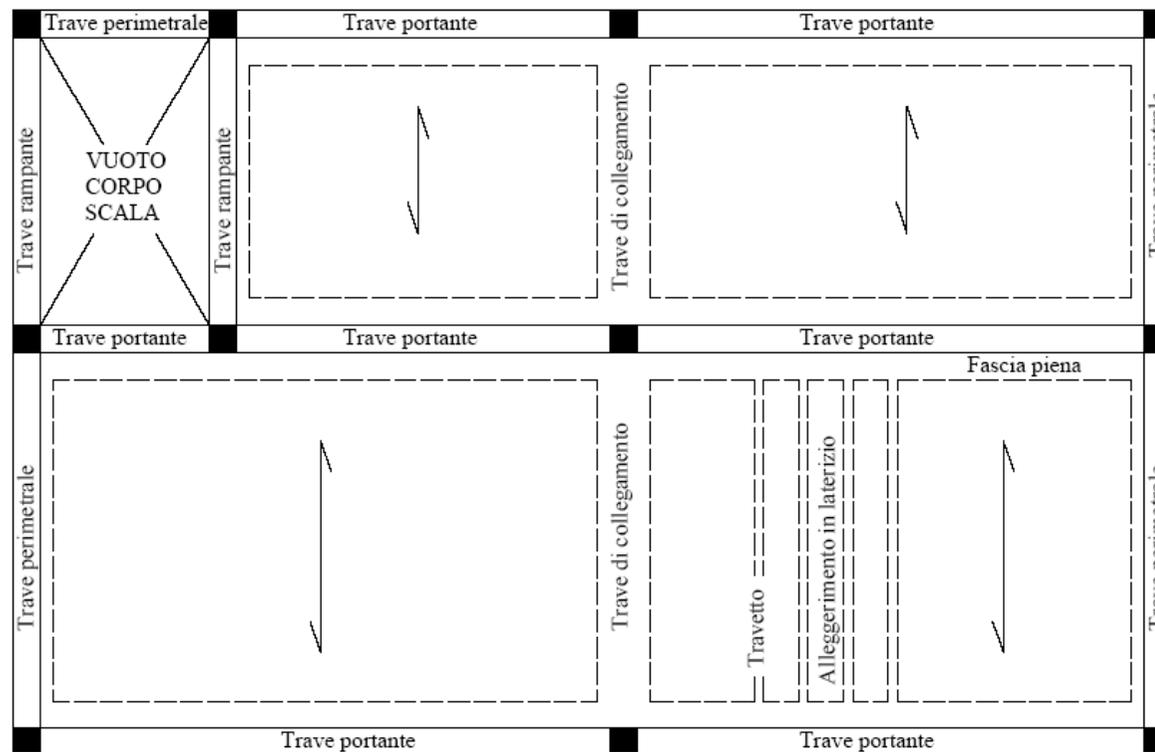
In via cautelativa, per snellezze  $40 < \lambda \leq 80$ , si può effettuare la verifica utilizzando i coefficienti di carico amplificativi  $\omega$  indicati nel successivo prospetto:

Snellezza $\lambda$	coefficiente di amplificazione $\omega$
40	1,00
50	1,30
60	1,60
70	1,90
80	2,30

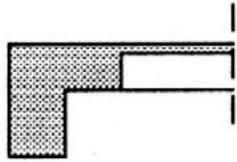
**Flessione semplice:  
progetto e verifica di travi  
allo stato limite ultimo**

# Principali tipologie di travi

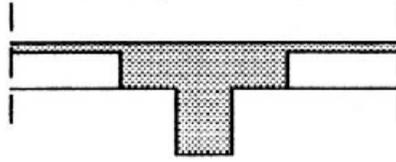
- Trave portante: porta se stessa, il solaio e, se in posizione perimetrale, le tamponature o i parapetti;
- Trave perimetrale: porta se stessa, le tamponature o i parapetti;
- Trave portante della scala;
- Trave di collegamento: porta solo se stessa.



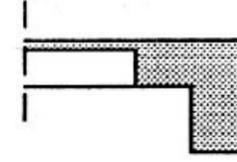
## TRAVI ALTE



Sezione perimetrale  
con solaio a destra

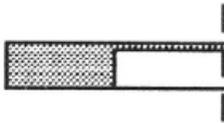


Sezione interna  
con solaio sui due lati

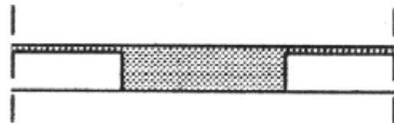


Sezione perimetrale  
con solaio a sinistra

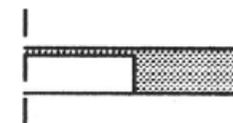
## TRAVI IN SPESSORE



Sezione perimetrale  
con solaio a destra



Sezione interna  
con solaio sui due lati



Sezione perimetrale  
con solaio a sinistra

Le travi in spessore presentano il vantaggio di risultare non visibili e di ridurre i costi della carpenteria. Per contro, sono molto meno rigide rispetto alle travi alte (minore momento d'inerzia  $I = bh^3/12$ ) e richiedono più armatura.

## INGOMBRI INDICATIVI

### TRAVI ALTE:

La larghezza usuale delle travi emergenti è compresa tra 15 e 40 cm. La dimensione più comune è 30 cm. In linea di massima la base della trave è pari alla larghezza del pilastro oppure è più sottile. Un criterio grossolano per dimensionare l'altezza di una trave portante è:  $H = L / (10 \div 12)$ .

### TRAVI A SPESSORE:

L'altezza di una trave a spessore è pari a quella del solaio. In caso di trave portante una regola grossolana permette di dimensionarne la base come:  $B = L/6$ . Nella pratica, la larghezza di una trave in spessore varia tra i 60 e i 120 cm (attenzione però alle limitazioni in zona sismica!).

## STATO LIMITE ULTIMO di RESISTENZA (STR)

Il **collasso di una sezione** convenzionalmente è determinato dal raggiungimento della **deformazione ultima** nel calcestruzzo e/o nell'acciaio.

Cioè, la **deformazione** di:

**Calcestruzzo compresso:**

$\varepsilon_{cu} = 0.0020$ , (pura compressione);

$\varepsilon_{cu} = 0.0035$ , (flessione).

**Acciaio teso:**

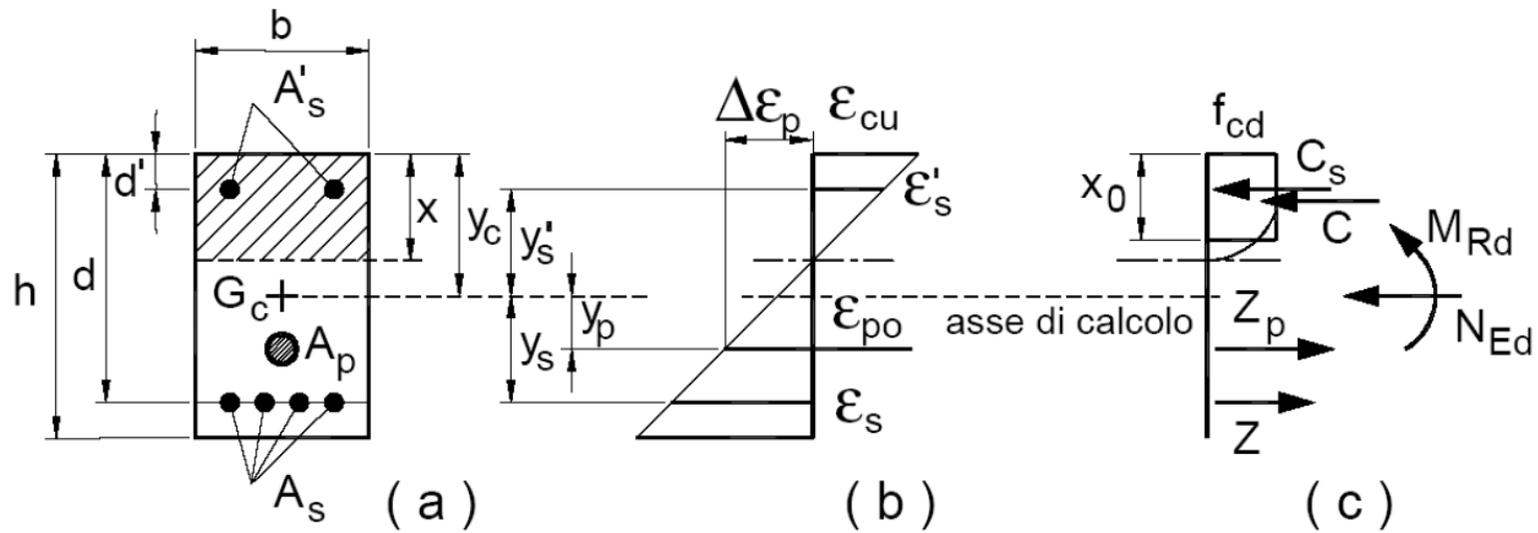
$\varepsilon_{su} = 0.0675$

# Progetto e verifica di sezioni rettangolari

Si consideri inizialmente una sezione rettangolare con un solo livello di armatura nel lembo teso e uno nel lembo compresso. Supponendo di conoscere le dimensioni della sezione ( $h$  e  $b$ ) e del quantitativo di armatura adottata (vedremo dopo le formule di predimensionamento), vogliamo eseguire la verifica strutturale allo SLU, che consiste nel verificare che:

- il valore del momento resistente  $M_{Rd}$  sia superiore del momento sollecitante  $M_{Ed}$
- l'acciaio sia snervato in modo tale da garantire una rottura duttile  $\varepsilon_s > \varepsilon_{yd} (= f_{yd} / E_s)$

Nel caso di solo momento flettente si vuole progettare la sezione affinché lo stato limite ultimo coincida col raggiungimento della deformazione limite nel calcestruzzo e contemporaneamente l'acciaio sia snervato.



$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.0035$$

Per l'ipotesi di sezione piana (congruenza) risulta:

$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_s = \frac{d-x}{x} \varepsilon_{cu}$$

$$\frac{\varepsilon'_s}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \quad \rightarrow \quad \varepsilon'_s = \frac{x-d'}{x} \varepsilon_{cu}$$

Scrivo ora l'equilibrio orizzontale ipotizzando snervato l'acciaio teso:

$$0 = x_0 b f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s f_{yd}$$

$$0 = 0.8 x b f_{cd} + A'_s E_s \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu} - A_s f_{yd}$$

$$0 = 0.8 b x^2 f_{cd} + A'_s E_s (x - d') \varepsilon_{cu} - A_s f_{yd} x$$

$$0 = 0.8 b f_{cd} x^2 + (A'_s E_s \varepsilon_{cu} - A_s f_{yd}) x - A'_s E_s d' \varepsilon_{cu}$$

Trascurando il contributo dell'acciaio compresso si ottiene un'equazione di primo grado:

$$0 = 0.8 b x f_{cd} - A_s f_{yd}$$

$$\rightarrow x = \frac{A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}}$$

Nota  $x$  calcolo  $\varepsilon_s$  e verifico che:

- sia maggiore di  $\varepsilon_{yd}$ , se così non è (quindi l'acciaio teso non è snervato e la rottura non è duttile) allargo, se possibile, la base della sezione  $b$  e ripeto il calcolo di  $x$  (se non è possibile devo aumentare l'altezza  $h$  e ri-predimensionare l'armatura  $A_s$ ):

$$\varepsilon_s = \frac{d-x}{x} \cdot 0.0035 > \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391}{206000} = 0.0019$$

- sia minore di  $\varepsilon_{su}$ , se così non è (allora la rottura non è lato calcestruzzo, ma lato acciaio) aumento il quantitativo di armatura  $A_s$  e ripeto il calcolo di  $x$ :

$$\varepsilon_s = \frac{d-x}{x} \cdot 0.0035 < \varepsilon_{su} = 0.0675$$

Scrivo ora l'equilibrio alla rotazione attorno al punto di applicazione della risultante degli sforzi di compressione nel calcestruzzo e trovo:

$$\begin{aligned}M_{Rd} &= A_s f_{yd} \cdot (d - 0.5x_0) \\&= A_s f_{yd} \cdot (d - 0.5 \cdot 0.8 \cdot x) \\&= A_s f_{yd} \cdot \left( d - 0.5 \cdot 0.8 \cdot \frac{A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}} \right) \\&= A_s f_{yd} d \cdot \left( 1 - \frac{A_s f_{yd}}{2 b d f_{cd}} \right)\end{aligned}$$

A questo punto verifico che il valore del momento resistente  $M_{Rd}$  sia superiore del momento sollecitante  $M_{Sd}$ . Se così è siamo a posto, altrimenti devo aumentare l'armatura  $A_s$  o l'altezza  $h$  se possibile (non è possibile per travi in spessore).

Vediamo ora come ottenere delle formule che diano dei valori iniziali di tentativo della geometria della sezione e del quantitativo di armatura sulla base dei quali applicare la procedura appena vista:

- per quanto riguarda l'altezza  $h$  della sezione abbiamo due possibilità: se la trave è in spessore  $h$  è preso uguale allo spessore del solaio, viceversa se la trave è alta si può assumere circa  $h = \text{luce} / (10-12)$ .
- per quanto riguarda il valore della larghezza della sezione  $b$  abbiamo due possibilità: se la trave è alta, la larghezza usuale è compresa tra 15 e 40 cm. La dimensione più comune è 30 cm. In linea di massima la base della trave è pari alla larghezza del pilastro oppure è più sottile. Se la trave è in spessore si può porre  $b = \text{luce} / 6$ . Nella pratica, la larghezza di una trave in spessore varia tra i 60 e i 120 cm (limitazioni in zona sismica!).
- Per quanto riguarda l'armatura al lembo teso si procede come segue:

Si parte dalla relazione:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= A_s f_{yd} \cdot (d - 0.5 \cdot 0.8 \cdot x) = A_s f_{yd} d \left( 1 - \frac{0.5 \cdot 0.8 x}{d} \right) = A_s f_{yd} d \left( 1 - \frac{0.8 x}{2d} \right) \\ &\approx A_s f_{yd} d \left( 1 - \frac{0.8 \cdot 0.5 d}{2d} \right) = A_s f_{yd} d \cdot 0.8 \end{aligned}$$

Noto il momento agente  $M_{Ed}$ , l'armatura si ottiene quindi risolvendo l'equazione seguente semplificata :

$$M_{Rd} \approx A_s f_{yd} d \cdot 0.8 = M_{Ed}$$

e quindi, ricavando l'armatura tesa,

$$A_s \approx \frac{M_{Ed}}{f_{yd} d \cdot 0.8}$$

Un modo più raffinato per predimensionare l'armatura tesa si basa sull'introduzione della **percentuale meccanica** di armatura  $\mu_s$ :

$$\mu_s = \frac{A_s f_{yd}}{dbf_{cd}}$$

L'asse neutro risulta:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{0.8bf_{cd}} = \frac{d}{0.8} \mu_s$$

Il **momento resistente** è dato quindi anche dalla:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} d \left( 1 - \frac{A_s f_{yd}}{2bdf_{cd}} \right) = \mu_s d^2 b f_{cd} \left( 1 - \frac{\mu_s}{2} \right)$$

Nota il momento agente  $M_{sd}$ , l'armatura si ottiene risolvendo l'equazione:

$$M_{Rd} = \mu_s d^2 b f_{cd} \left( 1 - \frac{\mu_s}{2} \right) = M_{Ed}$$

rispetto alla percentuale meccanica di armatura  $\mu_s$ :

$$\mu_s = 1 - \sqrt{1 - 2 \frac{M_{Ed}}{d^2 b f_{cd}}} = \frac{A_s f_{yd}}{d b f_{cd}} \rightarrow A_s = \frac{d b f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \frac{M_{Ed}}{d^2 b f_{cd}}} \right)$$

Il controllo che il momento ultimo della sezione sia raggiunto con l'acciaio snervato (rottura duttile) può essere fatto nel caso delle flessione semplice tramite la percentuale meccanica di armatura.

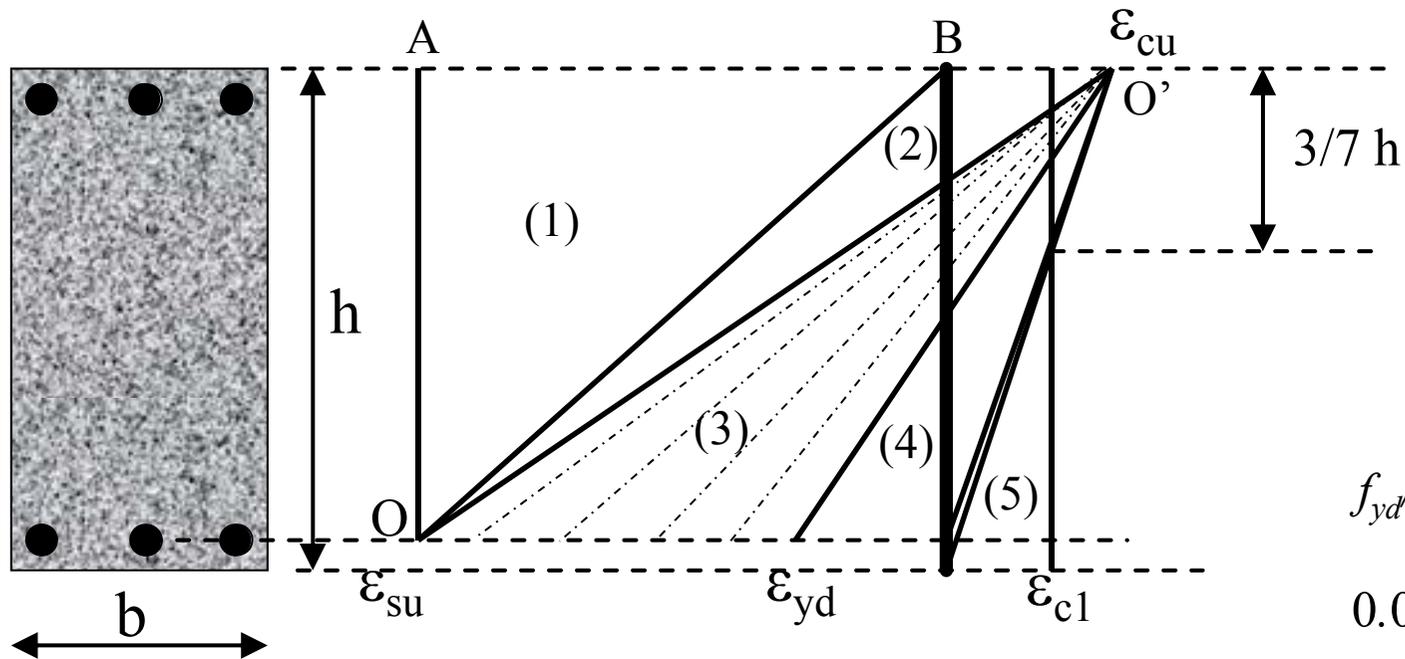
Per la congruenza, si ha infatti:

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} d$$

Quindi si può scrivere:

$$d \frac{\mu_s}{0.8} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} d \quad \rightarrow \quad \mu_s = 0.8 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

cioè esiste un legame **fra la percentuale meccanica** di armatura e **le deformazioni** del calcestruzzo e dell'acciaio valido nel caso di flessione semplice.



$$f_{yd}/E_s = \varepsilon_{yd} = 0.0019.$$

$$0.0019 \leq \varepsilon_s \leq 0.0675$$

$$\mu_s = 0.8 \frac{0.0035}{0.0035 + \varepsilon_s}.$$

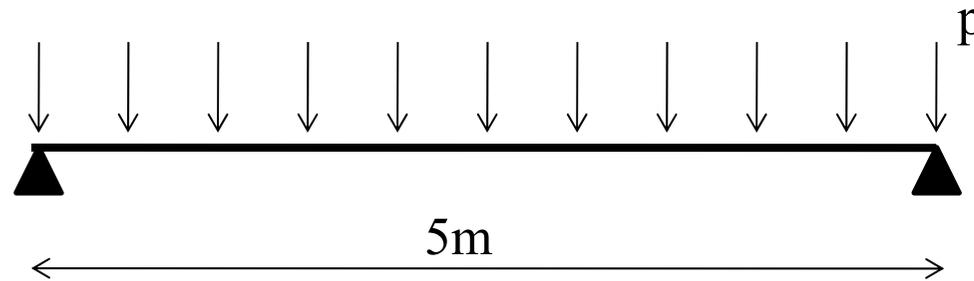
La **percentuale meccanica** di armatura  $\mu_s$  varia fra:

$$\mu_s = 0.8 (0.0035/(0.0035+0.0675)) \approx 0.04$$

$$\mu_s = 0.8 (0.0035/(0.0035+0.0019)) \approx 0.52$$

0.52 è la **percentuale meccanica** di armatura  $\mu_s$  bilanciata (cioè rottura del cls allo snervamento delle barre).

Esempio: progetto e verifica a flessione di una trave di sezione rettangolare alta 40cm, larga 40cm, di luce 5.0m e caricata da un carico permanente  $g=40\text{kN/m}$  e da un carico d'esercizio  $q=10\text{kN/m}$ .



Allo SLU la combinazione di carico risulta essere la seguente:

$$p = 1.3 \times 40 + 1.5 \times 10 = 67 \text{ kN/m}$$

Ne consegue che il momento massimo agente nella trave risulta essere:

$$M_{Ed} = \frac{67 \times 5^2}{8} = 209 \text{ kNm}$$

Adottando un calcestruzzo avente  $f_{ck}=25\text{MPa}$  e un acciaio con  $f_{yk}=450\text{MPa}$ , segue che le resistenze di progetto dei due materiali valgono:

$$f_{cd} = 0.85 \frac{f_{ck}}{1.5} = 14.2\text{MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1.15} = 391\text{MPa}$$

Pre-dimensiono l'armatura:

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{dbf_{cd}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \frac{M_{sd}}{d^2 b f_{cd}}} \right) \\ &= \frac{360 \cdot 400 \cdot 14.2}{391} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \frac{209000000}{360^2 \cdot 400 \cdot 14.2}} \right) = 1796\text{mm}^2 \rightarrow 6\phi 20 \end{aligned}$$

Una volta predimensionata la sezione procediamo alla verifica della sezione:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}} = \frac{1885 \cdot 391}{0.8 \cdot 400 \cdot 14.2} = 162 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \cdot 0.0035 = \frac{360 - 162}{162} \cdot 0.0035 = 0.0043 \begin{cases} > 0.0019 \\ < 0.0675 \end{cases} \text{ Ok!}$$

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= A_s f_{yd} d \cdot \left( 1 - \frac{A_s f_{yd}}{2 b d f_{cd}} \right) \\ &= 1885 \cdot 391 \cdot 360 \cdot \left( 1 - \frac{1885 \cdot 391}{2 \cdot 400 \cdot 360 \cdot 14.2} \right) = 217 \text{ KNm} > 209 \text{ KNm} \quad \text{Ok!} \end{aligned}$$

$$\mu_s = \frac{A_s f_{yd}}{d b f_{cd}} = \frac{1885 \cdot 391}{360 \cdot 400 \cdot 14.2} = 0.36 < 0.52 \quad \text{Ok!}$$

# Regole specifiche per l'armatura longitudinale

## 4.1.6.1.1 Armatura delle travi

L'area dell'armatura longitudinale in zona tesa non deve essere inferiore a

$$A_{s,\min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \quad \text{e comunque non minore di } 0,0013 \cdot b_t \cdot d, \quad (4.1.43)$$

dove:

$b_t$  rappresenta la larghezza media della zona tesa; per una trave a T con piattabanda compressa, nel calcolare il valore di  $b_t$  si considera solo la larghezza dell'anima;

$d$  è l'altezza utile della sezione;

$f_{ctm}$  è il valore medio della resistenza a trazione assiale definita nel § 11.2.10.2;

$f_{yk}$  è il valore caratteristico della resistenza a trazione dell'armatura ordinaria.

Negli appoggi di estremità all'intradosso deve essere disposta un'armatura efficacemente ancorata, calcolata per uno sforzo di trazione pari al taglio.

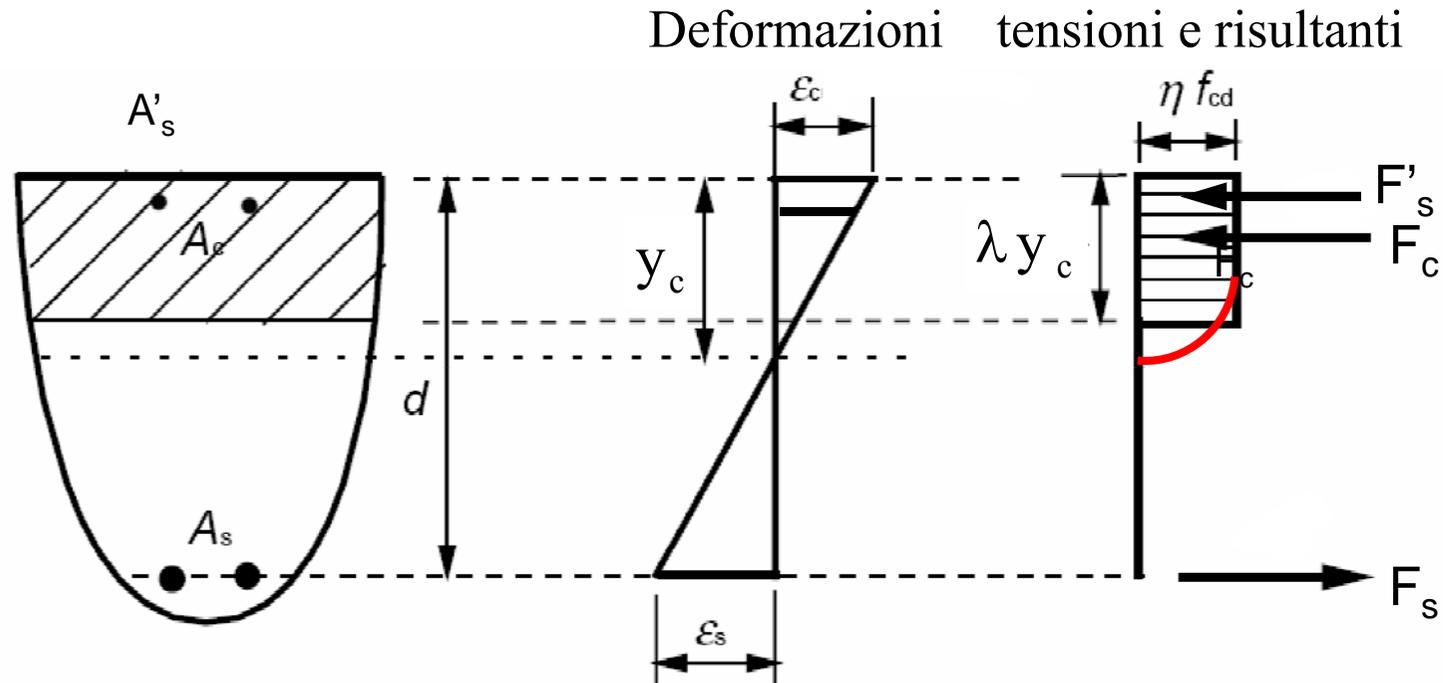
Al di fuori delle zone di sovrapposizione, l'area di armatura tesa o compressa non deve superare individualmente  $A_{s,\max} = 0,04 A_c$ , essendo  $A_c$  l'area della sezione trasversale di calcestruzzo.

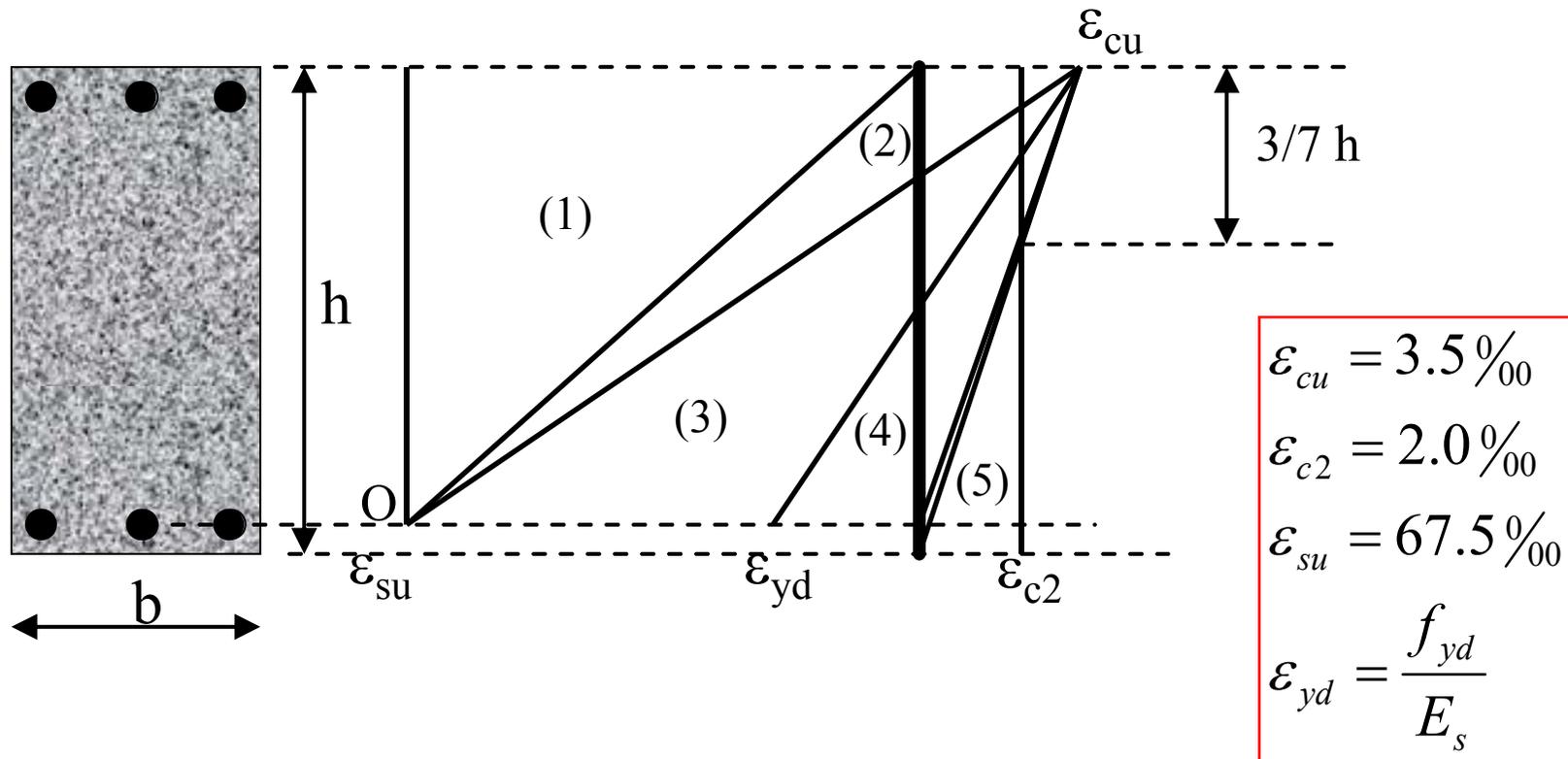
Le travi devono prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad  $A_{st} = 1,5 b \text{ mm}^2/\text{m}$  essendo  $b$  lo spessore minimo dell'anima in millimetri, con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione.

In ogni caso almeno il 50% dell'armatura necessaria per il taglio deve essere costituita da staffe.

# **Progetto e verifica di elementi presso-inflessi allo stato limite ultimo**

FILOSOFIA: Assegnato un certo **diagramma limite delle deformazioni** (cioè tale da prevedere il raggiungimento della deformazione limite in uno dei due materiali) (lineare per ipotesi di sezione piana) si applicano i due legami costitutivi per determinare il corrispondente diagramma dello stato di sforzo (non lineare) per poi calcolare le corrispondenti **risultanti N-M**, che rappresentano quindi una coppia di valori limite per la sezione.



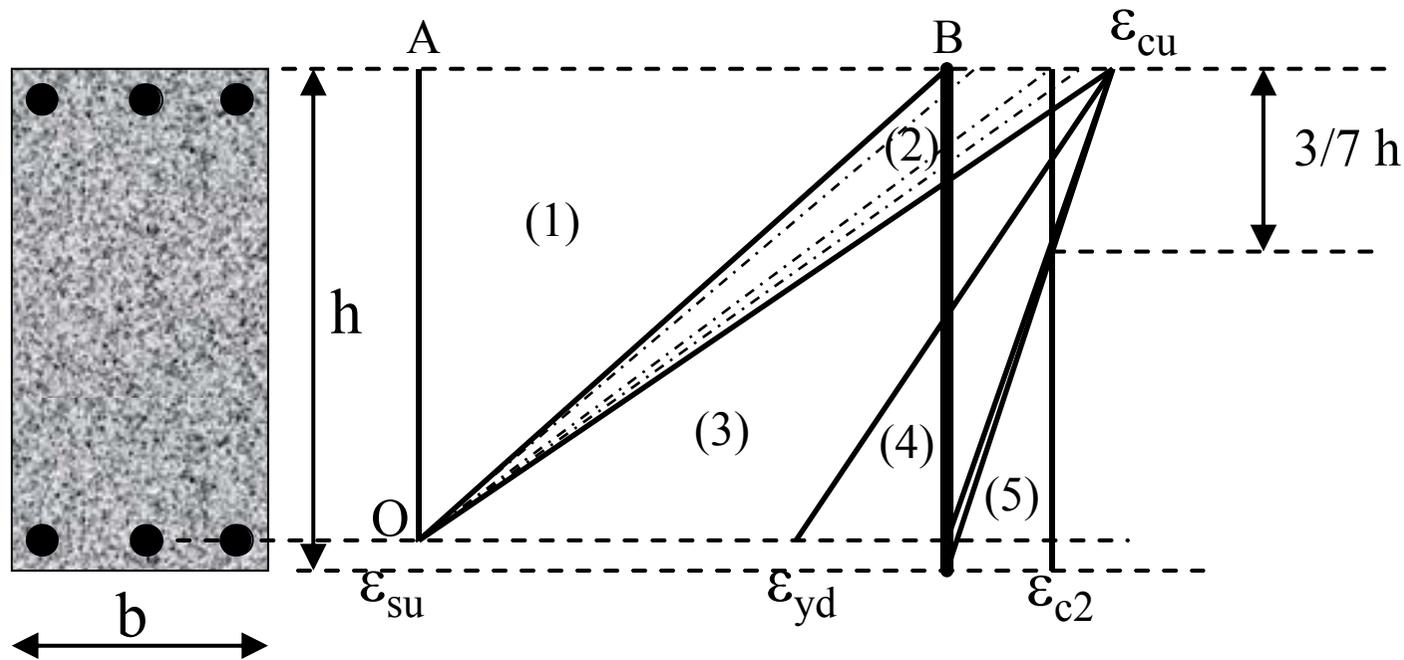


Il diagramma definisce 5 campi di rottura:

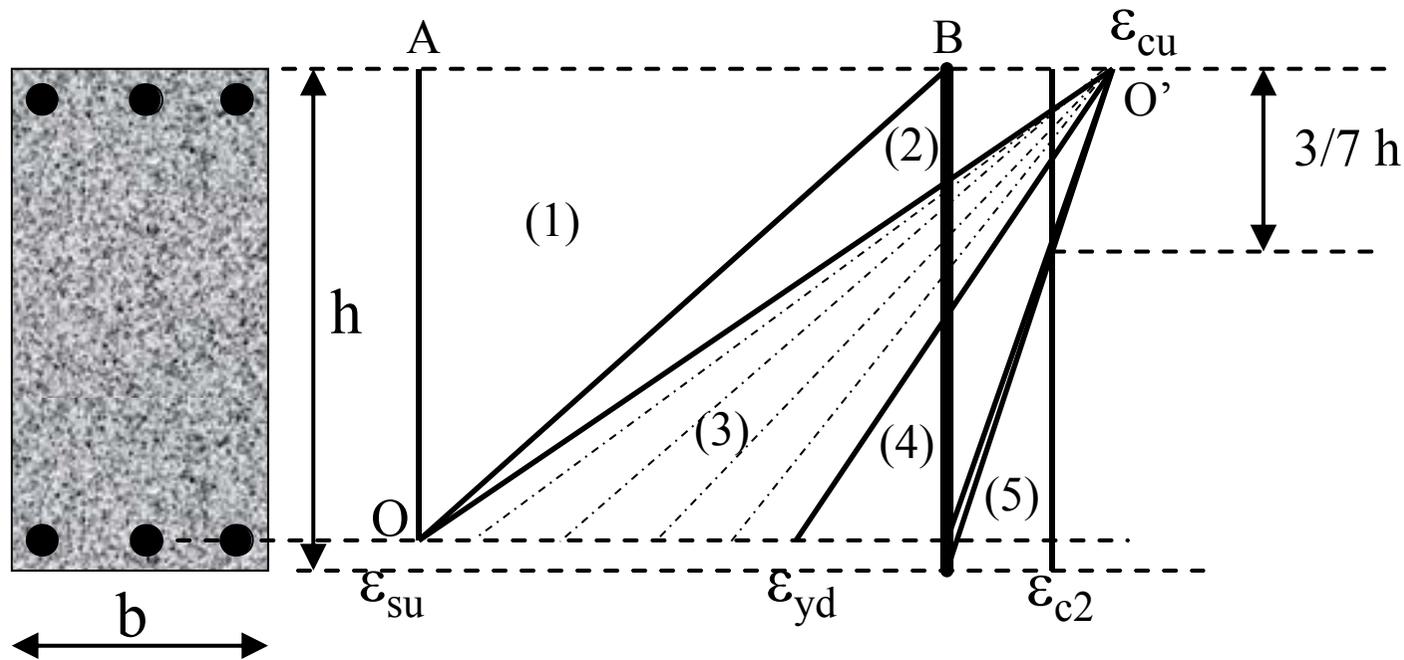
1. Piccola eccentricità (Trazione);
2. Sezione debolmente armata;
3. Sezione normalmente armata;
4. Sezione fortemente armata;
5. Piccola eccentricità (Compressione).



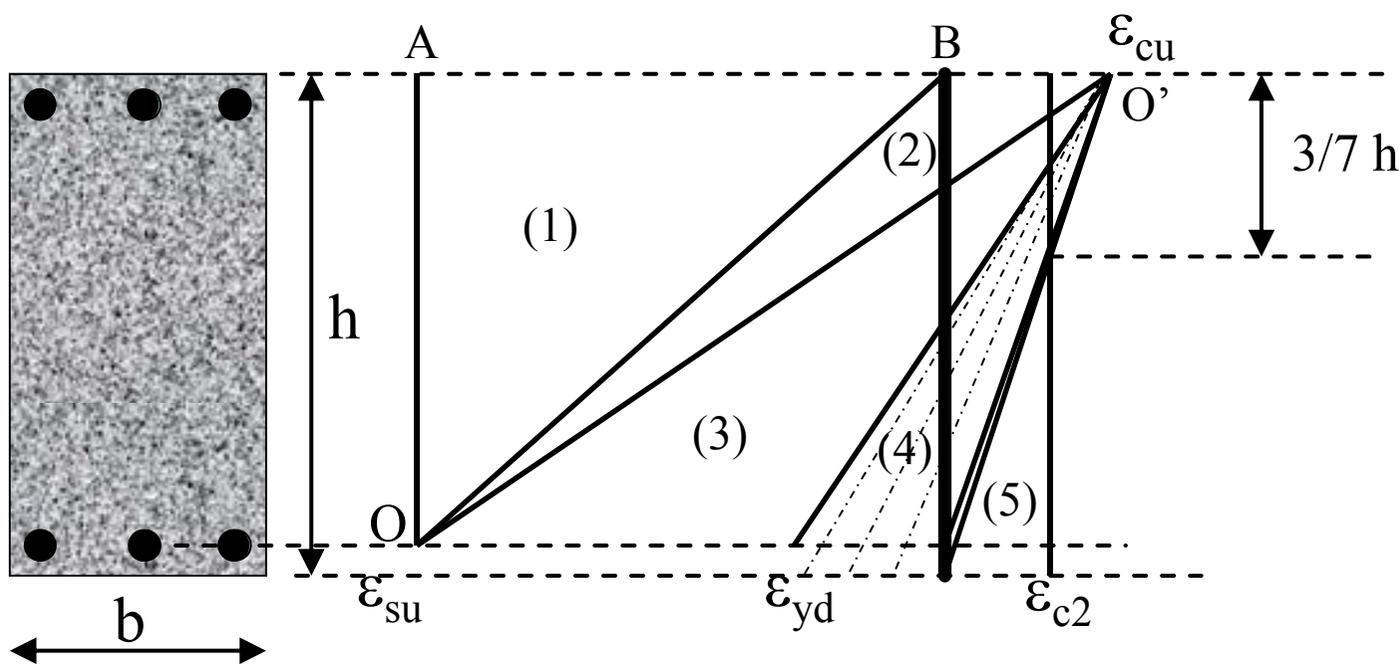
*Campo 2:* I diagrammi di deformazione possibili sono definiti dal fascio di rette con origine in  $O$ . L'asse neutro è interno alla sezione, per cui la sezione è in parte tesa e in parte compressa e quindi è soggetta a flessione semplice o flessione composta (presso-flessione). La resistenza del calcestruzzo non è completamente sfruttata (salvo al limite per  $\varepsilon_{cu} = 3.5\text{‰}$ ), e la crisi della sezione avviene per il cedimento dell'acciaio teso (rottura di tipo “duttile”) (rottura lato acciaio con acciaio snervato).



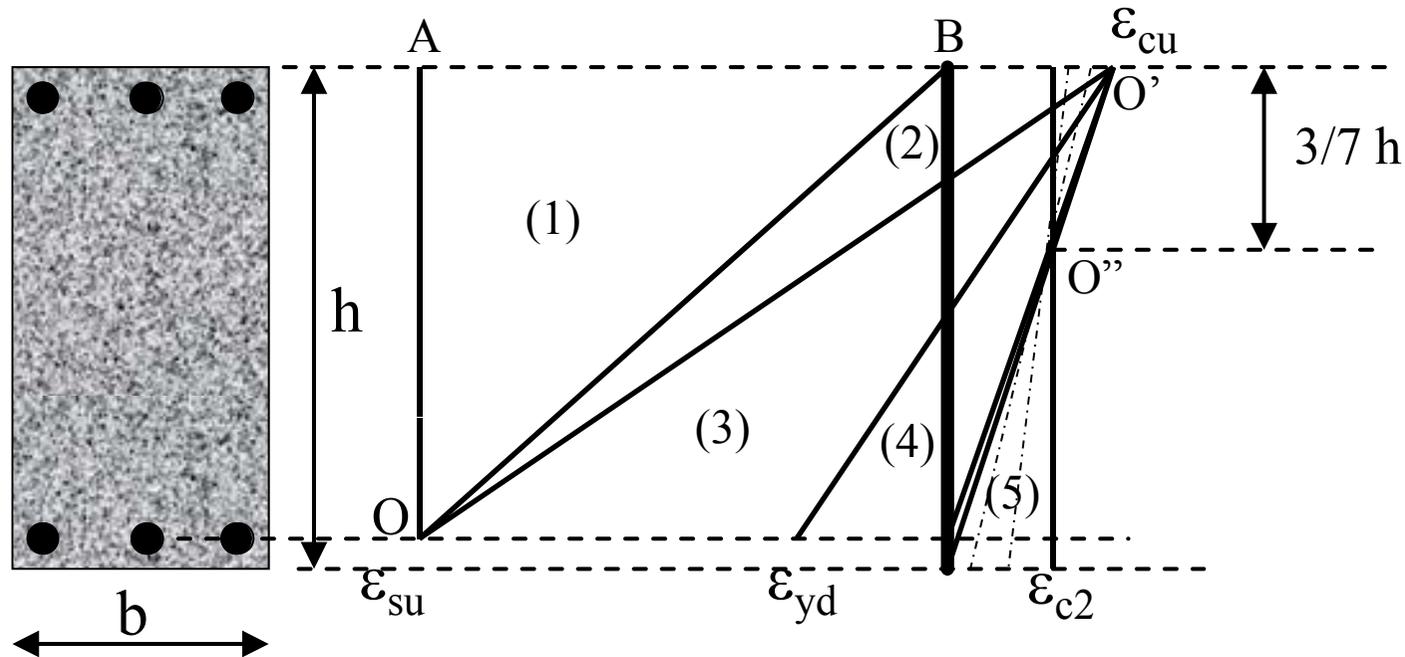
*Campo 3:* I diagrammi di deformazione possibili sono individuati dal fascio di rette uscenti dal punto  $O'$ . Questo campo è caratterizzato dalla possibilità di avere la massima deformazione del calcestruzzo ( $\epsilon_{cu}=3.5\text{‰}$ ) e la massima tensione dell'acciaio; si ha dunque il massimo sfruttamento dei materiali. L'asse neutro è interno alla sezione che è in parte tesa e in parte compressa ed è quindi sollecitata a flessione semplice o composta (**rottura lato calcestruzzo con acciaio snervato**).



*Campo 4:* Il fascio di rette che individua i vari diagrammi ha origine in  $O'$ . L'asse neutro è interno alla sezione che risulta in parte compressa e in parte tesa, ed è soggetta a flessione semplice o composta. L'allungamento dell'acciaio è compreso fra  $\varepsilon_{yd}$  e 0; la tensione dell'acciaio in zona tesa si mantiene, in situazione di rottura, inferiore al limite di snervamento, per cui l'acciaio risulta poco utilizzato, mentre il calcestruzzo arriva al suo massimo accorciamento ( $\varepsilon_{cu} = 3.5\%$ ), per cui la rottura avviene per schiacciamento del calcestruzzo (**rottura lato calcestruzzo con acciaio non snervato**).

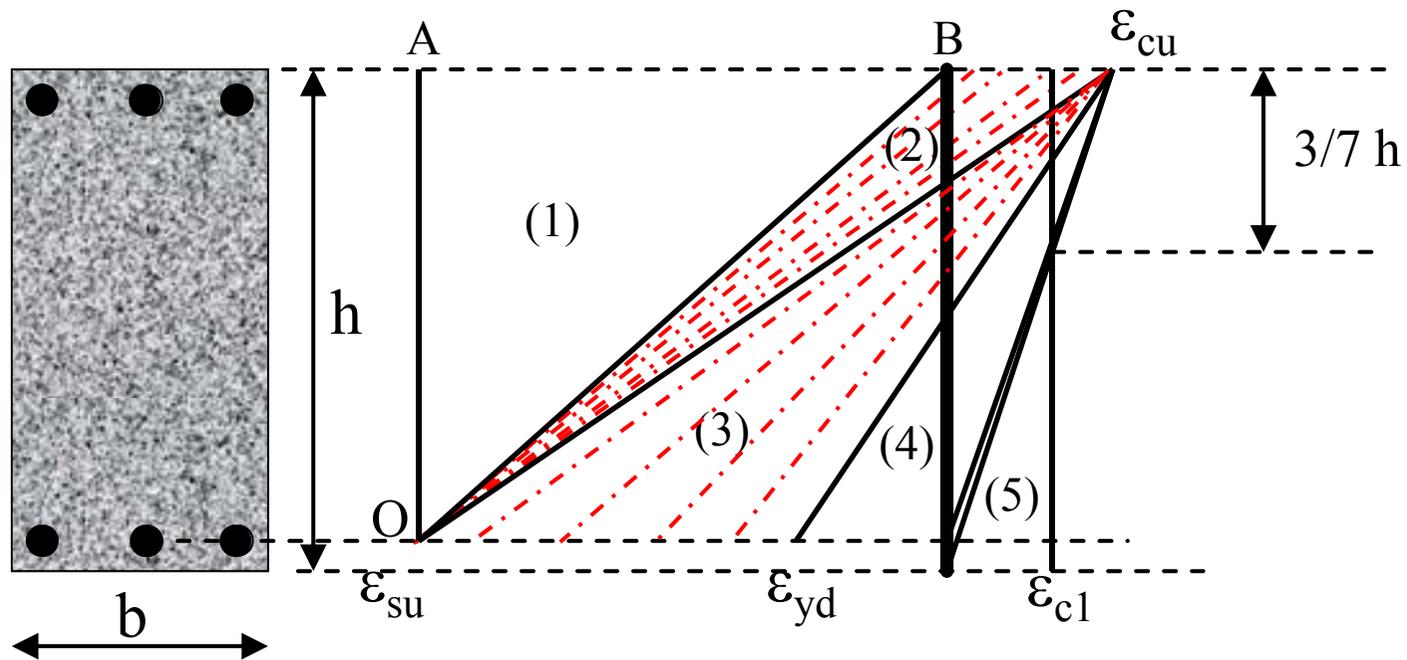


*Campo 5:* Il fascio di rette ruota attorno al punto  $O''$  e l'asse neutro è esterno alla sezione, salvo il caso limite dove l'asse neutro coincide con il lembo inferiore della sezione. La sezione è compressa e l'armatura metallica è compressa e quindi subisce un accorciamento; la sezione è sollecitata a flessione composta. La rottura della sezione avviene per schiacciamento del calcestruzzo compresso (**rottura lato calcestruzzo con acciaio non snervato**).

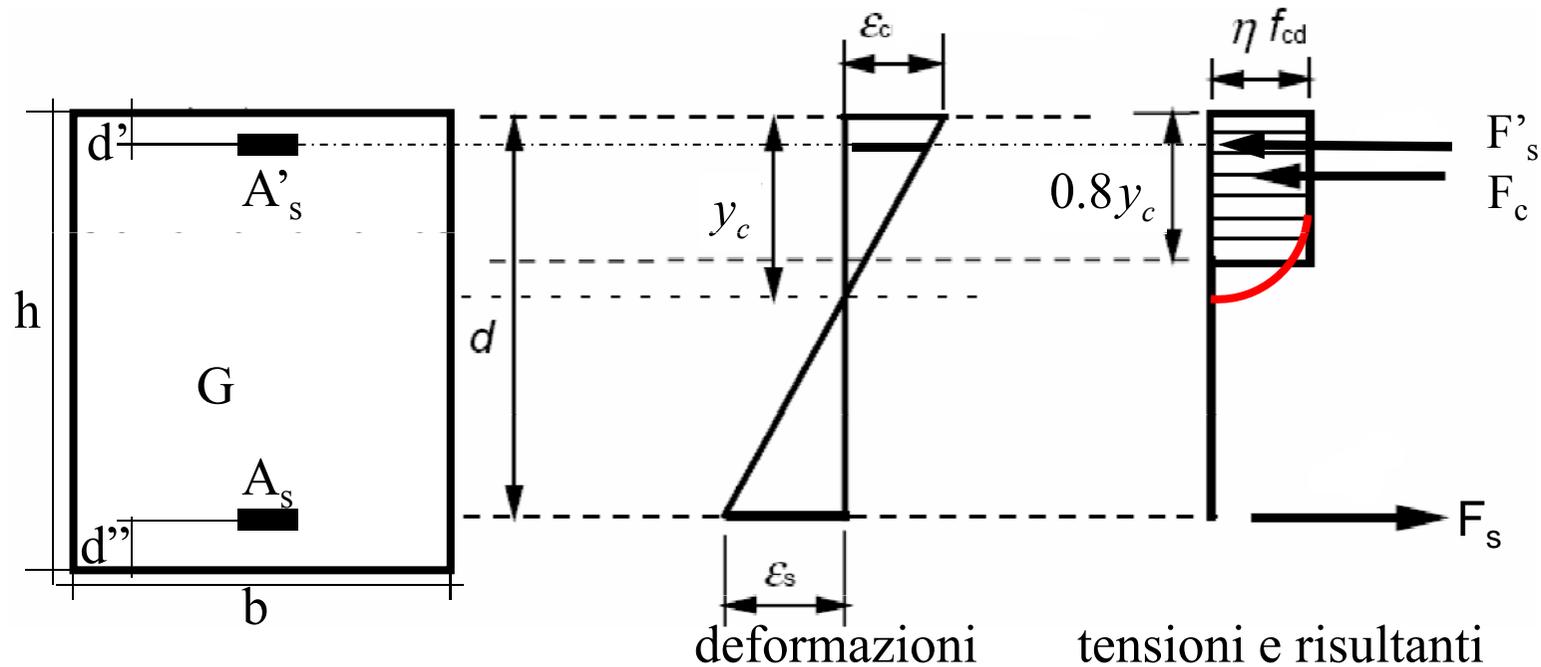


I campi di interesse sono i campi 2 e 3 in quanto in questa situazione si ha:

L'acciaio teso è sempre snervato ( $\sigma_s = f_{yd}$ ) e quindi **la sezione ha rottura duttile.**



## Esempio: sezione rettangolare



Equazioni di equilibrio:

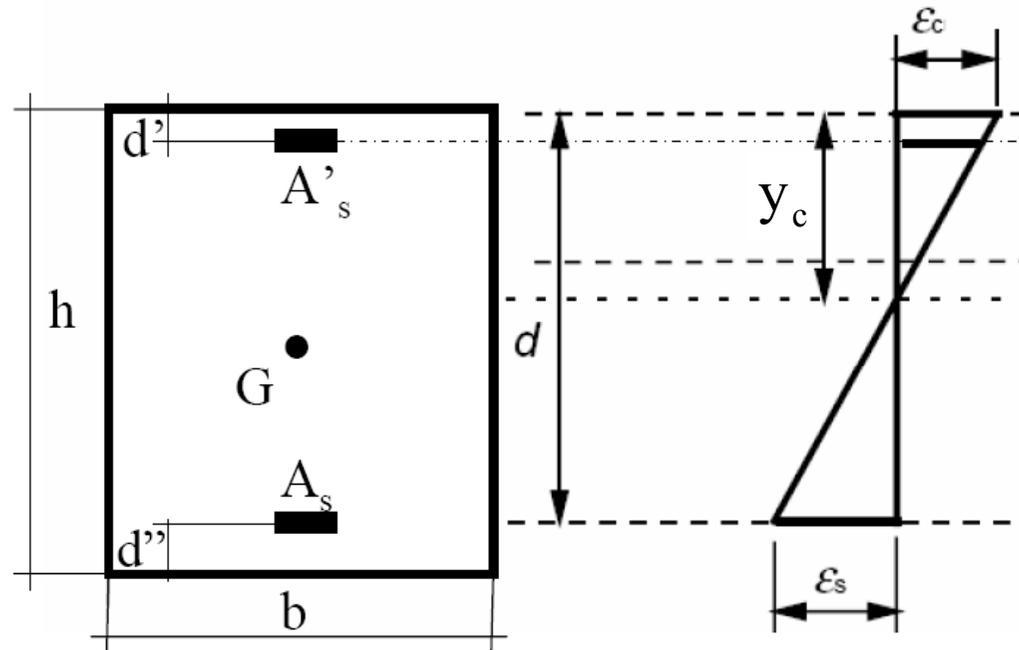
1. Traslazione:  $N_{Ed} = F_c + F'_s - F_s = 0.8y_c b f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s f_{yd}$ ,

2. Rotazione attorno al baricentro  $G$  :

$$M_{Rd}(N_{Ed}) = F_c(0,5h - 0,4 y_c) + F'_s(0,5h - d') + F_s(0,5h - d'') ;$$

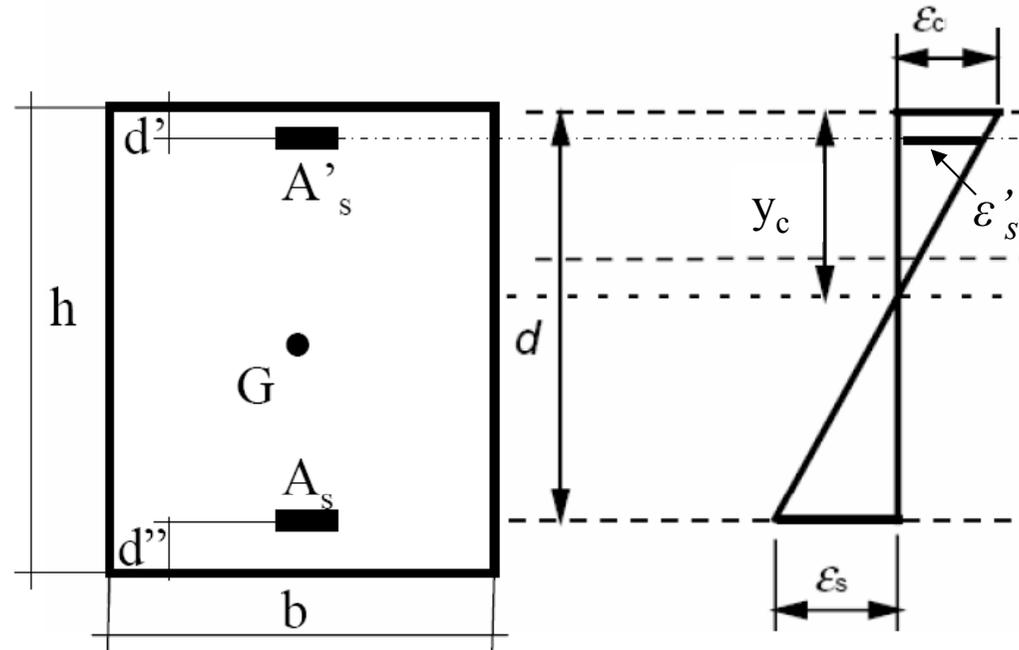
$$M_{Rd}(N_{Ed}) = 0,8 y_c b f_{cd} (0,5h - 0,4 y_c) + A'_s \sigma'_s (0,5h - d') + A_s f_{yd} (0,5h - d'') .$$

Congruenza:



Ipotesi di sezione piana: date le deformazioni  $\epsilon_c$  e  $\epsilon_s$  la posizione dell'asse neutro risulta:

$$\frac{\epsilon_s}{d - y_c} = \frac{\epsilon_c}{y_c} \rightarrow y_c = d \frac{\epsilon_c}{\epsilon_s + \epsilon_c}$$



la deformazione nell'acciaio compresso  $\epsilon'_s$  risulta:

$$\frac{\epsilon'_s}{y_c - d'} = \frac{\epsilon_c}{y_c} \rightarrow \epsilon'_s = \epsilon_c \left( 1 - \frac{d'}{y_c} \right) = \epsilon_c \left( 1 - \frac{\epsilon_s + \epsilon_c}{\epsilon_c} \frac{d'}{d} \right)$$

$$= \epsilon_c \left( 1 - \frac{d'}{d} \right) - \epsilon_s \frac{d'}{d} = \epsilon_c (1 - \delta') - \epsilon_s \delta$$

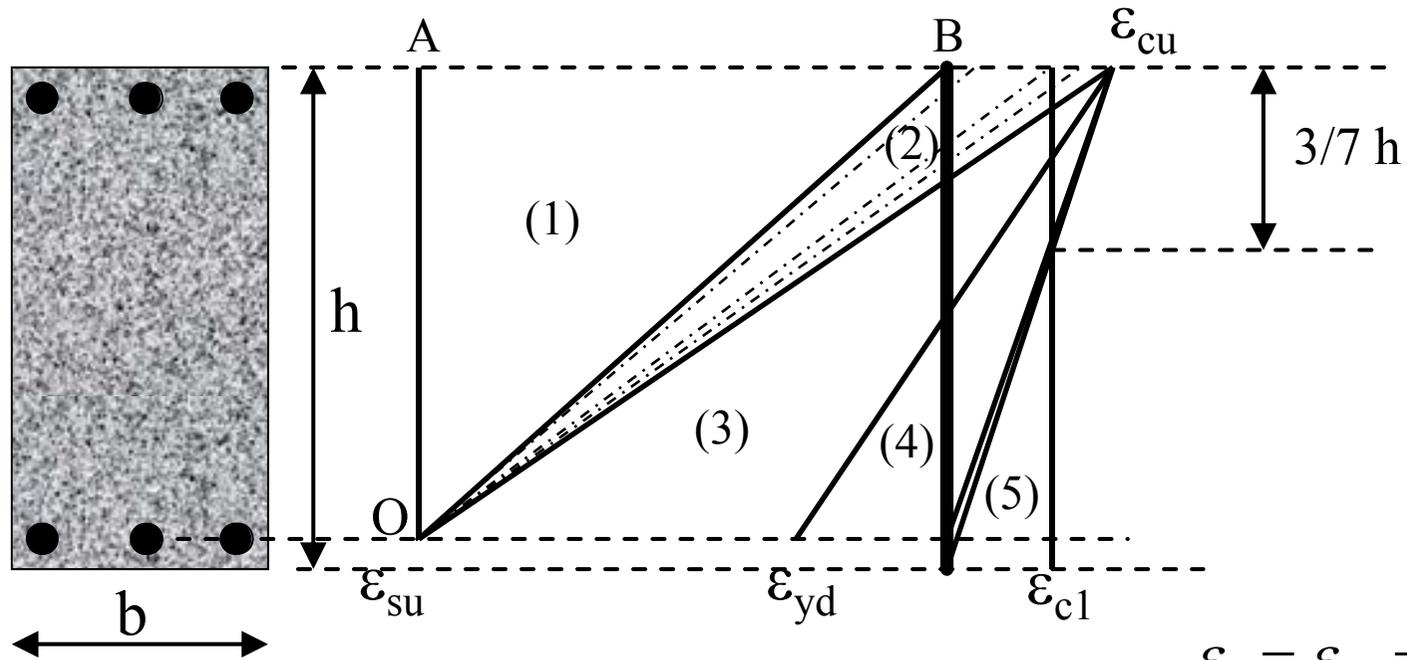
Legame costitutivo:

E' possibile così valutare la tensione nell'acciaio compresso  $\sigma'_s$  :

se  $\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd}$  allora  $\sigma'_s = E_s \varepsilon'_s$ ,

se  $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd}$  allora  $\sigma'_s = f_{yd}$ .

## CAMPO 2



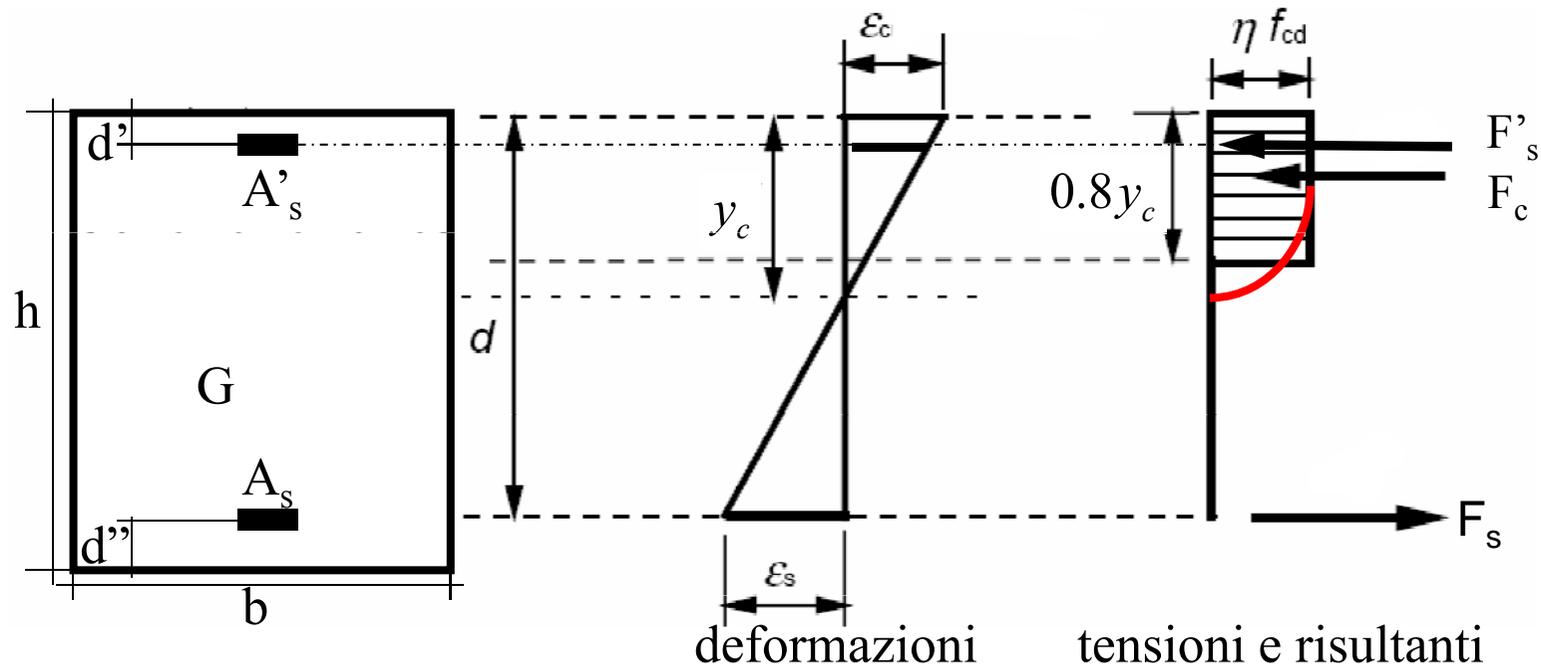
$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su} = 0.0675$$

$$0 \leq \varepsilon_c \leq 0.0035$$

Equazioni di equilibrio:

$$1. \text{ Traslazione: } N_{Ed} = 0.8 y_c b f_{cd} + A'_s E_s \varepsilon'_s - A_s f_{yd}$$

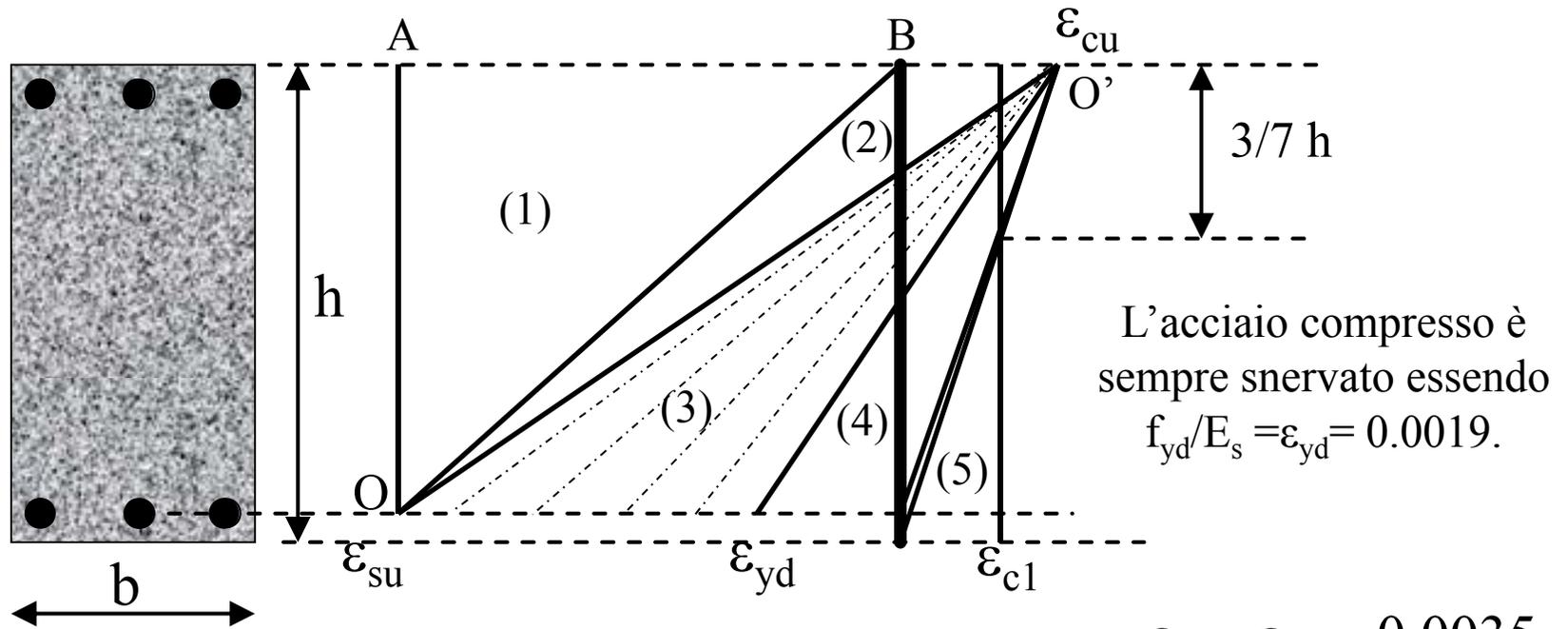
$$= 0.8 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 0.0675} d b f_{cd} + A'_s E_s [\varepsilon_c (1 - \delta') - 0.01 \delta] - A_s f_{yd}$$



2. Rotazione (G) :

$$\begin{aligned}
 M_{Rd}(N_{Ed}) &= 0.8y_c b f_{cd} (0.5h - 0.4y_c) + A'_s E_s \varepsilon'_s (0.5h - d') + A_s f_{yd} (0.5h - d'') \\
 &= 0.8 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 0.0675} d b f_{cd} \left( 0.5h - 0.4 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 0.01} d \right) + \\
 &\quad A'_s E_s [\varepsilon_c (1 - \delta') - 0.01\delta] (0.5h - d') + A_s f_{yd} (0.5h - d'')
 \end{aligned}$$

### CAMPO 3

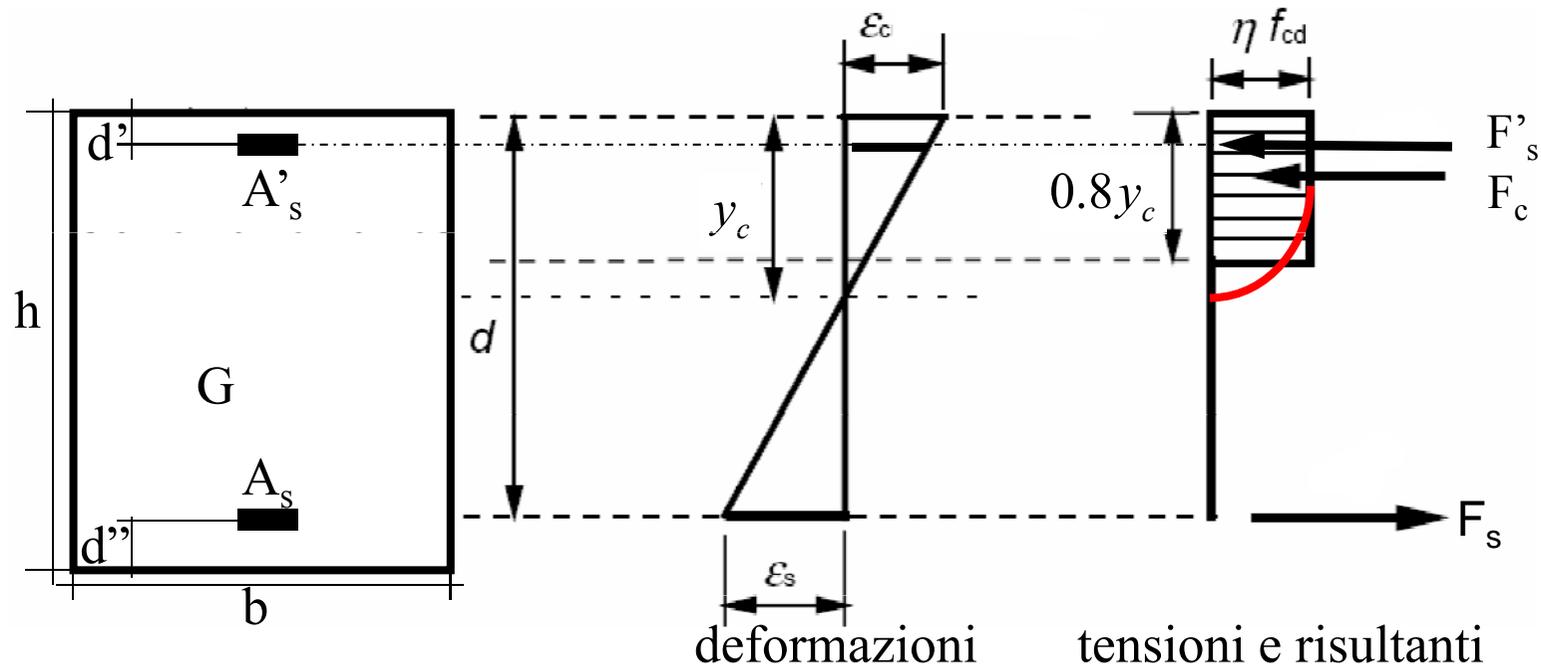


$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.0035$$

$$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq 0.0675$$

Equazioni di equilibrio:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ Traslazione: } N_{Ed} &= 0.8 y_c b f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} \\
 &= 0.8 \frac{0.0035}{0.0035 + \varepsilon_s} d b f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd}
 \end{aligned}$$



2. Rotazione (G) :

$$\begin{aligned}
 M_{Rd}(N_{Ed}) &= 0.8y_c b f_{cd} (0.5h - 0.4y_c) + A'_s f_{yd} (0.5h - d') + A_s f_{yd} (0.5h - d'') \\
 &= 0.8 \frac{0.0035}{0.0035 + \epsilon_s} d b f_{cd} \left( 0.5h - 0.4 \frac{0.0035}{0.0035 + \epsilon_s} d \right) + \\
 &\quad + A'_s f_{yd} (0.5h - d') + A_s f_{yd} (0.5h - d'')
 \end{aligned}$$

## DOMINIO DI ROTTURA

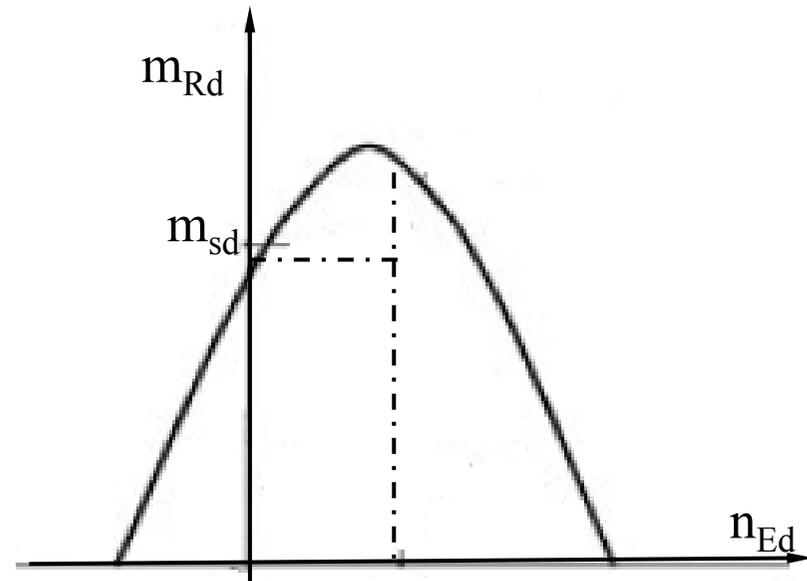
Variando  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_s$ , si possono ottenere diverse coppie:

$$(N_{Ed}, M_{Rd}(N_{Ed}))$$

Si possono diagrammare, eventualmente normalizzando:

$$n_{Ed} = N_{Ed} / bdf_{cd}$$

$$m_{Rd} = M_{Rd} / bd^2f_{cd}$$



## VERIFICA ALLO SLU

Deve risultare:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd}(N_{Ed}),$$

Ovvero la coppia  $(N_{Ed}, M_{Ed})$  deve essere contenuta all'interno del dominio di interazione M-N.

Dove:

$M_{Ed}$  è il momento prodotto dai carichi di progetto (per la condizione di carico allo stato limite ultimo esaminata);

$M_{Rd}$  è il momento resistente ultimo della sezione in funzione dell'azione assiale agente  $N_{Ed}$  (prodotta dai carichi di progetto);

La verifica della sezione coincide quindi con il calcolo del suo momento ultimo  $M_{Rd}$  (capacità) in corrispondenza del collasso.

#### 4.1.2.1.2.4 *Analisi della sezione*

Con riferimento alla sezione pressoinflessa, rappresentata in Fig. 4.1.3 assieme ai diagrammi di deformazione e di sforzo così come dedotti dalle ipotesi e dai modelli  $\sigma-\varepsilon$  di cui nei punti precedenti, la verifica di resistenza (SLU) si esegue controllando che:

$$M_{Rd} = M_{Rd}(N_{Ed}) \geq M_{Ed} \quad (4.1.9)$$

dove

$M_{Rd}$  è il valore di calcolo del momento resistente corrispondente a  $N_{Ed}$ ;

$N_{Ed}$  è il valore di calcolo della componente assiale (sforzo normale) dell'azione;

$M_{Ed}$  è il valore di calcolo della componente flettente dell'azione.

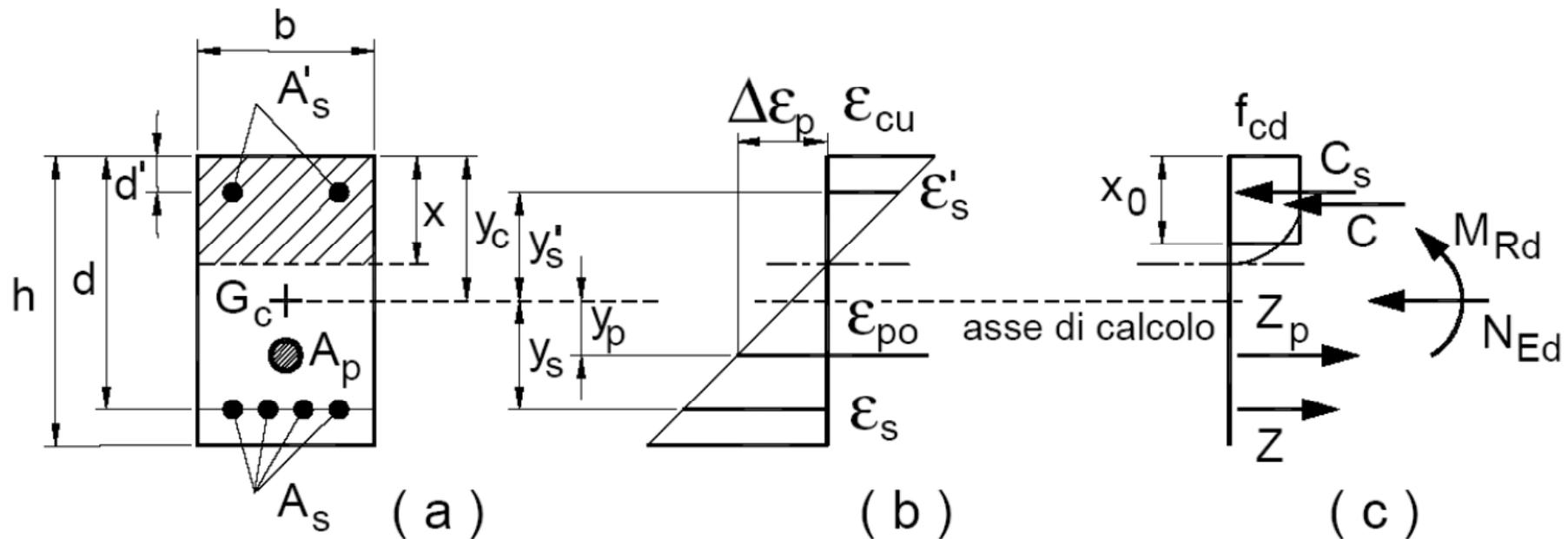


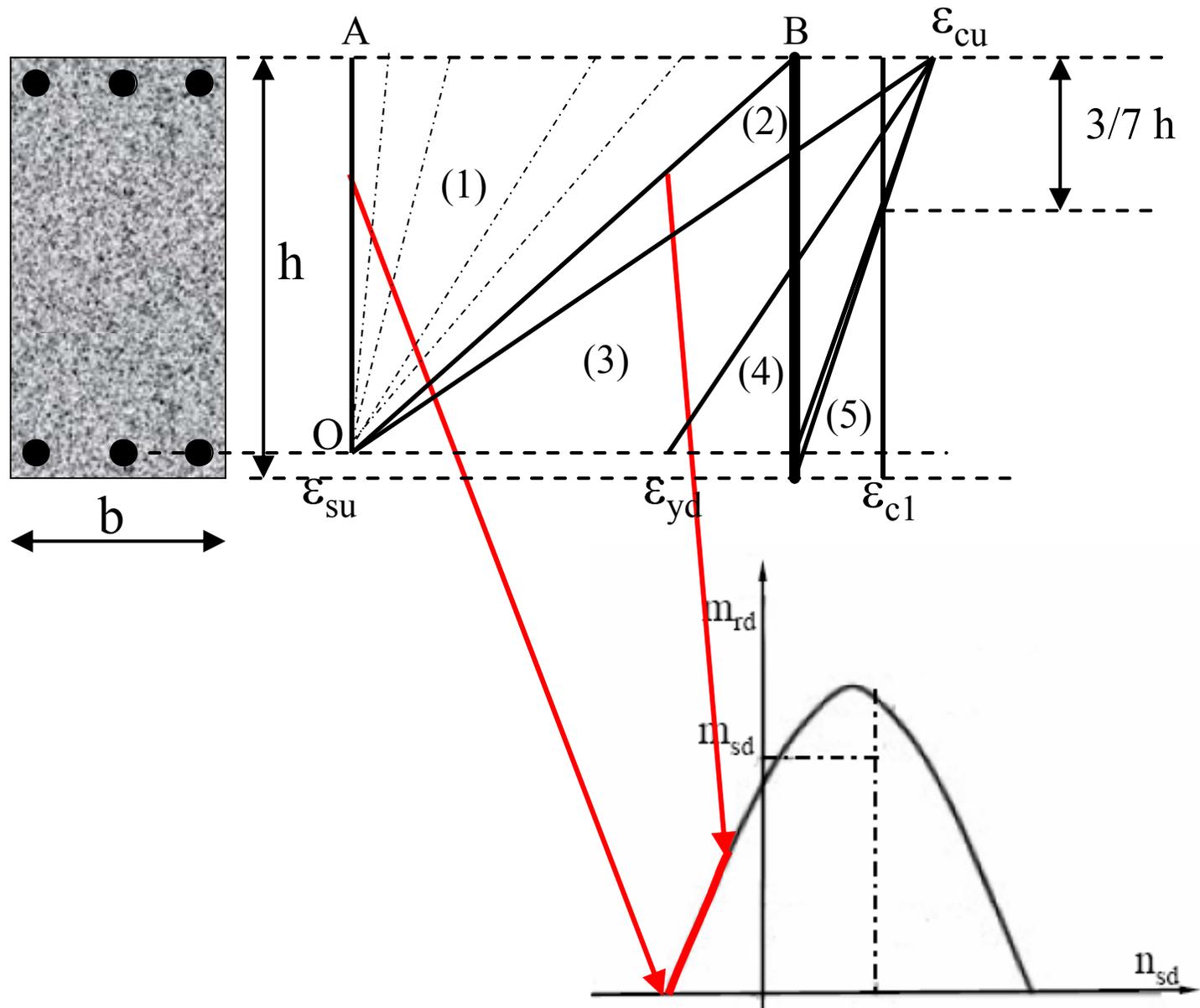
Figura 4.1.3– Sezione pressoinflessa

## PRESSOFLESSIONE RETTA: DETERMINAZIONE DEL CAMPO DI ROTTURA

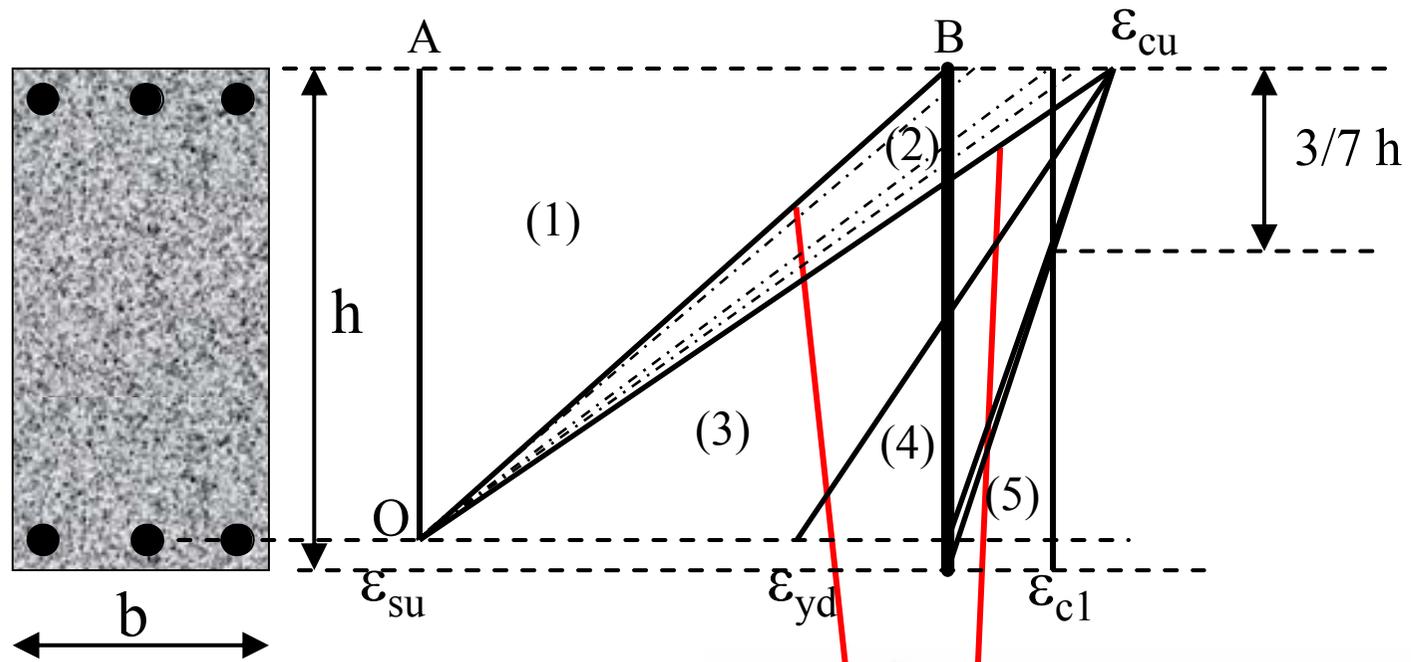
Il campo di rottura associato ad una determinata sezione dipende oltre che dalla *quantità di armatura* (come succede nella flessione semplice) anche dall'entità dello *sforzo normale*  $N$ . All'aumentare di  $N$  si passa da sezioni duttili a sezioni fragili fino a schiacciamento per compressione uniforme.

E' utile poter determinare a priori il campo di rottura associato ad una determinata armatura e sforzo normale, in maniera tale che la rottura della sezione sia duttile. Nel caso di flessione semplice ( $N=0$ ) abbiamo visto che il campo di rottura può essere determinato tramite la percentuale meccanica di armatura.

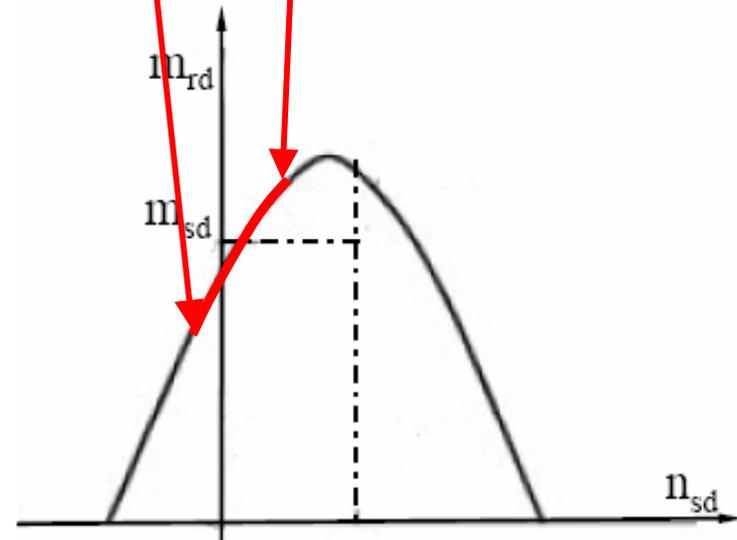
# CAMPO 1



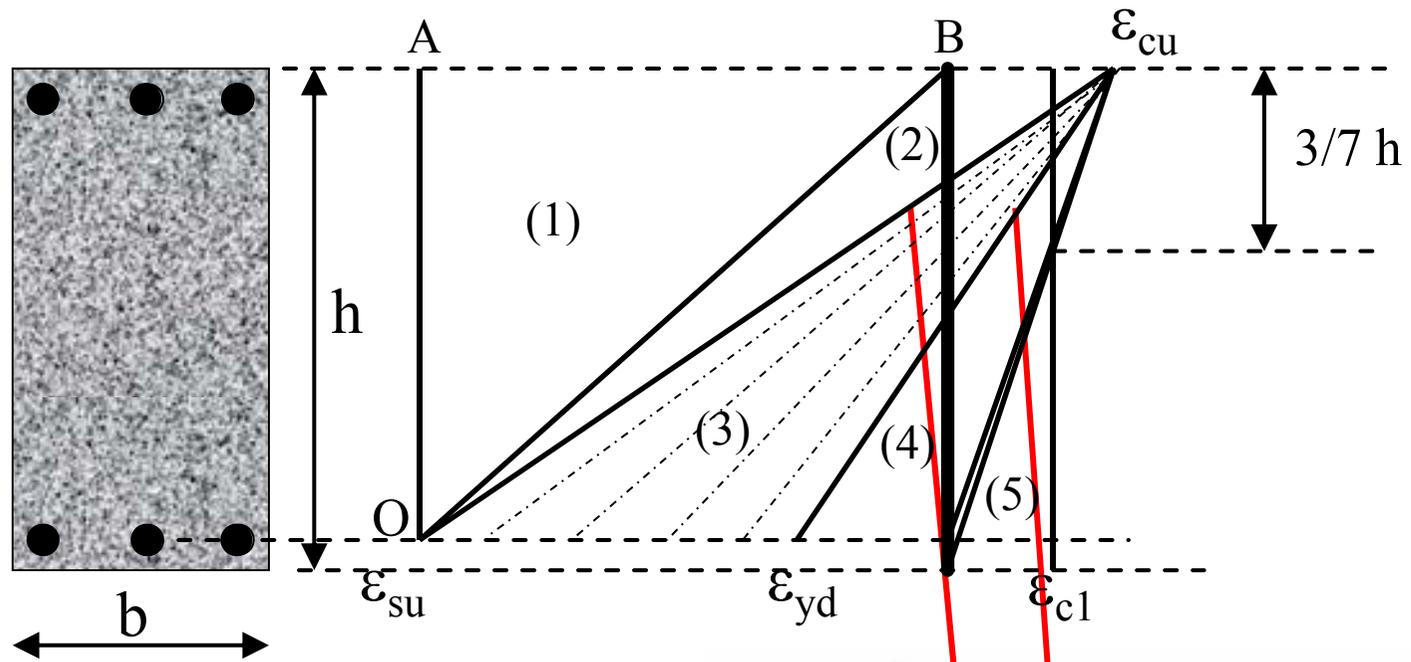
# CAMPO 2



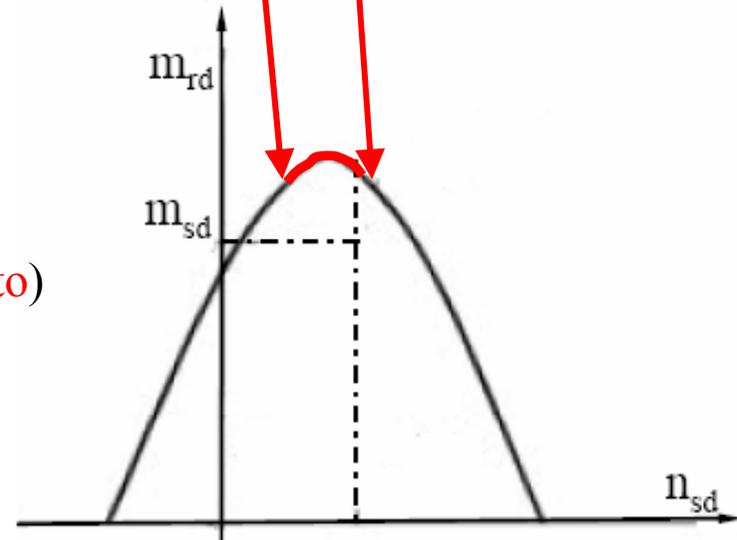
(rottura lato acciaio con acciaio snervato)



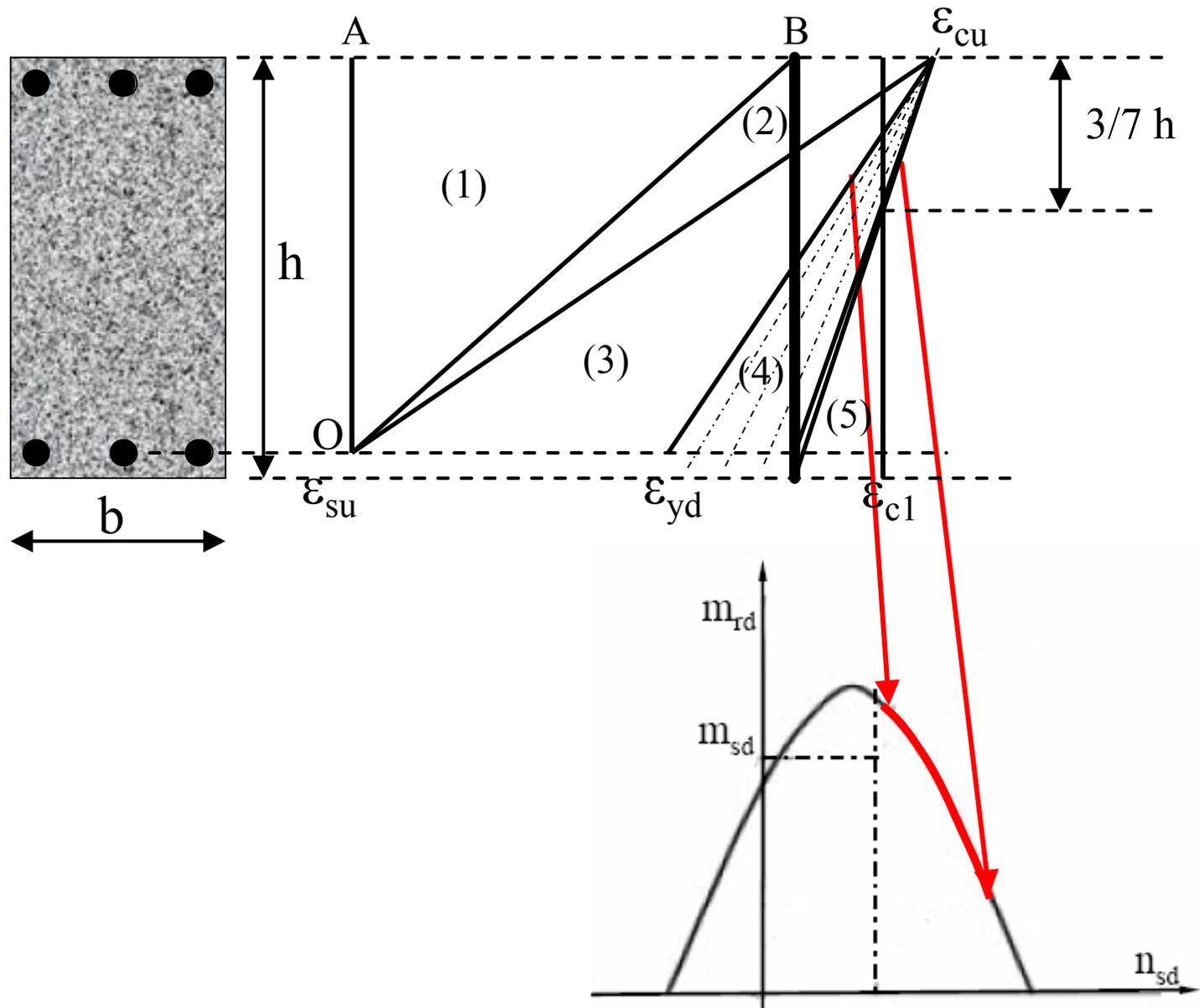
# CAMPO 3



(rottura lato calcestruzzo con acciaio snervato)



# CAMPO 4



# CAMPO 5

